

# As múltiplas faces da dança dos pêndulos

(*The multiple faces of the dance of the pendula*)

V.L.B. de Jesus<sup>1</sup>, M.A.J. Barros

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro - IFRJ - Campus Nilópolis, Nilópolis, RJ, Brasil

Recebido em 20/5/14; Aceito em 23/7/14; Publicado em 3/10/2014

A dança dos pêndulos é o fascinante movimento de um conjunto de pêndulos simples dispostos lado a lado que, ao serem postos a oscilar, ora apresentam um movimento sincronizado, ora aparentemente desordenado. Entretanto, esse conjunto de pêndulos pode ser elaborado de inúmeras formas e cada qual culminará em movimentos diferentes mostrando-se um experimento com múltiplas faces. Neste trabalho, os pêndulos que fazem parte do conjunto possuem comprimentos diferentes que decrescem linearmente, sendo necessário propor um modelo teórico que descreva este movimento em particular, baseado na dependência dos comprimentos dos pêndulos em função das suas posições. O estudo da dança dos pêndulos é feito pela técnica de vídeoanálise que permite visualizar o movimento quadro a quadro utilizando o *software* livre *Tracker*, tornando possível confrontar o modelo teórico proposto com os dados experimentais obtidos.

**Palavras-chave:** vídeoanálise, pêndulo, *tracker*.

The dance of the pendula is the fascinating movement of a set of simple pendula arranged side by side. When they oscillate, sometimes present a synchronized movement, sometimes it seems to be disordered. However, this set of pendula can be prepared in many ways and each of them will culminate in different movements showing an experiment with multiple faces. In this work, the length of the pendula decrease linearly, being necessary to propose a theoretical model that describes this particular movement, based on the dependence of the lengths as a function of their positions. The study of the dance of the pendula is done by video analysis technique to visualize the movement frame by frame using the *software Tracker*, enabling to compare the proposed theoretical model with the obtained experimental data.

**Keywords:** video analysis, pendulum, *Tracker*.

## 1. Introdução

Em 2006, Matthews [1] publicou um artigo com o objetivo de divulgar o *International Pendulum Project* (IPP) e afirma que a História e Filosofia do movimento do pêndulo podem atuar como motivador para a alfabetização científica. Esse projeto teve início em 2000 com a publicação de um livro com 13 capítulos e 1200 referências [2]. Estudiosos de 20 países contribuíram para o IPP e suas pesquisas publicadas em 3 edições especiais no periódico *Science & Education* (v. 13, n. 4-5, 7-8, v. 15, n. 6), posteriormente essa coletânea de trabalhos foi transformada em livro [3]. Dentre esses trabalhos, Gauld [4] apresenta mais de 380 referências, as quais tratam de pêndulos, suas naturezas e comportamentos, encontradas em quatro periódicos devotados especificamente ao ensino de física<sup>2</sup>. Recentes publicações revelam que o pêndulo continua sendo investigado do

ponto de vista teórico [5-9], experimental [10-15] e por vídeoanálise [16-18]. Dessas inúmeras referências sobre pêndulos, apenas três tratam da dança dos pêndulos [19-21].

Dança dos pêndulos é o nome dado ao movimento de um conjunto de pêndulos simples colocados lado a lado, cada um deles com comprimentos ligeiramente diferentes. Uma vez deslocados da posição de equilíbrio e livres para oscilar, compõem um belo visual que aparenta alternar entre movimentos sincronizados e desordenados, e ainda o que pode se chamar de “retorno” ao movimento inicial. Sua popularização se deve também aos vídeos que podem ser encontrados na internet [22-27]. Em geral, a interpretação do movimento é apresentada de forma equivocada, e pode contribuir para o surgimento de concepções alternativas a respeito do movimento observado, sobretudo em relação à errônea afirmação de que o padrão descrito pelos pêndulos

<sup>1</sup>E-mail: vitor.jesus@ifrj.edu.br.

tenda a um estado caótico.

O surgimento da dança dos pêndulos, conhecido na língua inglesa como *Pendulum waves*, parece ter origem no século XIX<sup>3</sup>. A primeira descrição do aparato na literatura foi feita por Berg [19] com o intuito de reproduzir um vídeo realizado pelo Prof. Carroll Alley (Universidade de Maryland) durante uma visita à Universidade Estadual de Moscou em 1987.

Na Ref. [19] foram usados 15 pêndulos desacoplados com variação monotônica de seus comprimentos postos para oscilar perpendicularmente a uma barra rígida onde estavam suspensos. Os comprimentos dos pêndulos foram ajustados cuidadosamente de tal forma que o pêndulo mais longo executasse  $J$  oscilações em um intervalo de tempo  $T$ , e cada pêndulo anterior era encurtado até executar uma oscilação adicional ( $J+1$ ) no mesmo intervalo de tempo  $T$ . Isso cria uma arranjo pendular no qual a diferença de fase por unidade de tempo é a mesma para qualquer dois pêndulos adjacentes. Se todos os pêndulos começam seu movimento em fase no instante  $t = 0$ , depois de um intervalo de tempo  $T$ , eles estarão em fase novamente. Até lá, o sistema passa por uma sequência de ondas harmônicas viajando em sentidos opostos, ondas estacionárias e momentos de movimentos caóticos aparentes.

Em 2001, Flaten e Parendo [20] demonstraram que uma função contínua poderia descrever o movimento da dança dos pêndulos reportada por Berg [19]. A ideia central do artigo é baseada na discussão dos padrões de onda que se apresentam a partir das oscilações dos pêndulos independentes que podem ser descritos pela simples extensão do modelo de ondas transversais em uma dimensão. Isso desmitifica os padrões anteriormente descritos, e mostra que esses padrões enganosos surgem de uma função contínua subjacente que não oscila com o passar do tempo.

Em todos esses casos, a dança dos pêndulos foi descrita levando-se em conta uma montagem em que o ajuste dos comprimentos dos pêndulos envolvidos era escolhido de forma a manter a mesma diferença de fase por unidade de tempo entre quaisquer dois adjacentes. Diferente disso, neste trabalho foi escolhida uma variação linear dos comprimentos dos pêndulos, sem levar em conta se a diferença de fase por unidade de tempo entre os pêndulos adjacentes se manteria ou não constante. Será mostrado que mesmo neste caso a dança dos pêndulos pode, em determinada aproximação considerando apenas o termo de primeira ordem, ser descrita como uma onda harmônica, sendo o comprimento de onda uma função proporcional ao inverso do tempo, da mesma forma descrita nas Refs. [19,20]. Caso seja considerado também o termo de segunda ordem, o comprimento de onda será também uma função linear do

próprio comprimento do sistema, consequência da escolha neste trabalho por uma variação linear dos comprimentos dos pêndulos.

Os resultados experimentais foram obtidos por vídeoanálise utilizando o *software* livre *Tracker* [28,29] e comparados ao modelo proposto. O *Tracker* é destinado à análise quadro a quadro de vídeos (vídeoanálise) que permite o estudo de diversos tipos de movimento a partir de filmes feitos com câmaras digitais. Através do uso dessa tecnologia, professores e estudantes de Física têm condições de desenvolver experimentos e atividades de laboratório de baixo custo, mas de alta qualidade acadêmica. O *Tracker* é um *software* de fácil aprendizagem, o que torna relativamente simples seu uso na obtenção de informações relevantes em experimentos de Física. O *Tracker* foi criado em parceria com o *Open Source Physics* (OSP), uma comunidade de âmbito mundial que contribui com a oferta de recursos gratuitos para o ensino de Física e de modelagem computacional. A ideia é oferecer a professores e estudantes ferramentas computacionais que possibilitem modos diferentes de descrever, explicar, prever e entender fenômenos físicos. Uma versão em português do *Tracker* está disponível graças ao trabalho realizado pelo grupo da Universidade Tecnológica Federal do Paraná [30].

## 2. Análise experimental

Para a confecção desse novo conjunto da dança dos pêndulos foram utilizados doze pêndulos simples com uma leve variação linear em seus comprimentos. A filmagem foi realizada utilizando uma câmera digital de 30 *fps* e, posteriormente, foi utilizado o *Tracker* a fim de obter a posição dos doze pêndulos em função do tempo.

Cada um dos pêndulos foi fixado à barra de sustentação por duas linhas, evitando assim que pudesse oscilar em torno de um único ponto, a qual foi levemente inclinada de forma que as massas dos pêndulos estivessem alinhadas em relação à horizontal. A filmagem foi realizada no sentido de baixo para cima, a câmera foi colocada no chão do laboratório, a uma distância de 90 cm, evitando assim que a barra impedisse a visualização completa do movimento do conjunto. O sistema foi colocado para oscilar utilizando uma régua, garantindo assim que todos os 12 pêndulos tivessem a mesma amplitude inicial (coordenada espacial  $y$ ), sendo filmado por cerca de 120 segundos.

A Fig. 1a mostra uma foto do sistema antes do início do movimento. A inclinação da barra de sustentação determina a relação do comprimento de cada pêndulo em função da coordenada horizontal,  $x$ .

Sabe-se que o comprimento de cada pêndulo ( $L$ )

<sup>3</sup>A Ref. [22] tem uma nota onde comenta que o Dr. Jiří Drábek pertencente à Universidade *Palacký*, na República Checa, informou-os que esse experimento foi originalmente projetado e construído por Ernst Mach enquanto professor de Física Experimental na Universidade *Charles-Ferdinand*, atualmente conhecida como *Univercidade Charles*, localizada em Praga, em torno do ano de 1867. A demonstração é usada na República Checa sob o nome *Machuv vlnostroj* (*The Wavemachine of Mach*) ou “Máquina de ondas de Mach”.

possui uma dependência linear com coordenada  $x$ , perpendicular ao movimento de oscilação dos pêndulos, descrito pela coordenada  $y$ . Dessa forma, os comprimentos possuem a relação  $L_n = L_0 - \alpha x_n$ , com  $L_0$  sendo o comprimento do maior pêndulo e  $\alpha$  uma constante relacionada à inclinação da barra de sustentação. As frequências angulares de cada pêndulo  $n$  como função da coordenada  $x_n$  estão relacionadas com seus comprimentos por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{L_n}} = \sqrt{\frac{g}{L_0 - \alpha x_n}}.$$

Logo, podemos escrever a equação para cada pêndulo como

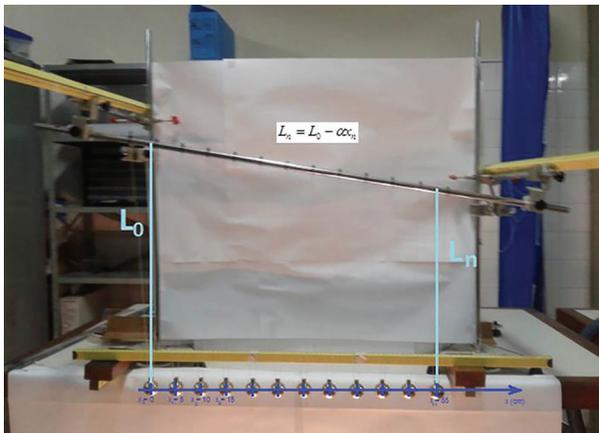


Figura 1 - a) Foto do sistema “dança dos pêndulos” antes do início do movimento. A inclinação da barra de sustentação determina a variação do comprimento de cada pêndulo em função da coordenada horizontal,  $x$ . (b) O gráfico mostra o decaimento exponencial da amplitude de um dos pêndulos em função do tempo, podendo ser considerado idêntico para os demais.

É possível generalizar e escrever a equação de movimento para um conjunto com infinitos pêndulos, ou seja, um conjunto contínuo, como sendo

$$y(x, t) = Ae^{-\gamma t} \cos \left[ \left( \sqrt{\frac{g}{L_0 - \alpha x}} \right) t \right]. \quad (2)$$

Para o experimento descrito neste artigo a equação é

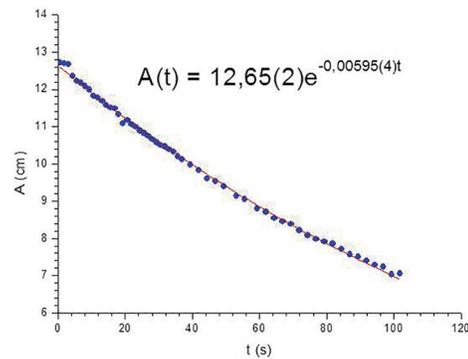
$$y(x, t) = -12,65e^{-0,00595t} \cos \times \left[ \left( \sqrt{\frac{9,7877394}{0,4857 - 0,1743x}} \right) t \right],$$

sendo  $y(x, t)$  dado em centímetros e  $x$  em metros. Utilizamos o valor da aceleração da gravidade em nosso laboratório didático, medido pelo Observatório Nacional ( $g = 9,7877394 \pm 0,0000002 \text{ m/s}^2$ ). O sinal ne-

$$y_n(x_n, t) = A \cos(\omega_n t) = A \cos \left[ \left( \sqrt{\frac{g}{L_0 - \alpha x_n}} \right) t \right], \quad (1)$$

sendo  $A$  a amplitude inicial de todos os pêndulos e  $y_n$  o deslocamento de cada pêndulo na horizontal, perpendicular à coordenada  $x_n$ , em relação a sua posição de equilíbrio.

Todos os pêndulos apresentam ao longo do tempo um decaimento exponencial em suas amplitudes devido às forças dissipativas. Portanto, é importante obter a relação das amplitudes de cada um dos 12 pêndulos em função do tempo que será escrita como  $A(t) = Ae^{-\gamma t}$ , sendo  $\gamma$  o fator de amortecimento, obtido a partir do ajuste da função de decaimento exponencial aos dados experimentais, como mostra a Fig. 1b.



gativo indica apenas que em nossa análise, as posições iniciais de todos os pêndulos estavam no lado negativo do eixo  $y$ . O valor do comprimento  $L_0$  foi obtido pela vídeoanálise do movimento do pêndulo mais longo, a partir do ajuste de uma função senoidal, obtendo assim a frequência angular, que está relacionada ao comprimento do pêndulo ( $\omega = \sqrt{g/L}$ ). Deve-se atentar que o comprimento de um pêndulo é aquele medido desde o ponto fixo até o seu centro de massa e, dessa forma, a precisão é maior do que aquela obtida por uma régua milimetrada. O valor de  $a$  é obtido pelo ajuste linear de  $L$  versus  $x$ .

Cada pêndulo é formado por uma esfera plástica, preenchida com grãos de areia, de diâmetro de 3,93 cm. Para escolher o ponto de localização no programa *Tracker* é preciso encontrar o centro da esfera, ou seja, suas coordenadas, cujas incertezas foram adicionadas

aos pontos experimentais em ambas as coordenadas  $x$  e  $y$ , que, em repouso, podem ser estimadas em mais ou menos um terço do raio, aproximadamente 0,7 cm. Contudo, essa estimativa de incerteza não é adequada para a coordenada  $y$ , a direção de oscilação, quando está fora do repouso. Isso ocorre devido ao fato de que os pêndulos variam suas velocidades, e no ponto mais baixo de sua trajetória sua velocidade é máxima, ocasionando no quadro desse determinado instante de tempo um tipo de rastro dificultando ainda mais a localização do centro da esfera, o que leva a uma estimativa de incerteza maior quando a velocidade do pêndulo for máxima e menor quando sua velocidade for próxima de zero, tornando-se idêntica à estimativa para a coordenada  $x$ .

Outro fator que pode ocasionar um erro sistemático na leitura da posição é o sentido do movimento dos pêndulos. Nessa situação, os pêndulos deixam um “rastro” na filmagem e se for considerado o ponto médio do “rastro” como sendo o centro da esfera essa marcação estará equivocada. Deve ser levado em consideração o sentido da trajetória do pêndulo. Por exemplo, caso o

pêndulo esteja se deslocando para a direita, seu centro estará também deslocado no mesmo sentido.

Os dados experimentais obtidos pela vídeoanálise concordam muito bem com a Eq. (2), conforme mostram os gráficos das Figs. 2 e 3. A dança dos pêndulos pode remontar o padrão inicial para um número finito de pêndulos, mas isso é uma ilusão criada devido a uma limitação do número de pêndulos utilizados. Neste trabalho, o padrão inicial não pode ser visto novamente em sua plenitude devido ao fato já citado de não se ter dado prioridade na montagem do sistema para se obter constância na diferença de fase por unidade de tempo. Observando as Figs. 2 e 3 é possível verificar que o comprimento de onda formado pelo movimento de um conjunto infinito de pêndulos diminui com o passar do tempo, fato também discutido na Ref. [20]. Ousamos chamar de comprimento de onda devido ao fato de a forma das Figs. 2 e 3 se aproximar de uma onda harmônica. O comprimento de onda não se mantém constante ao longo do comprimento, podendo ser observada uma leve redução, por exemplo, na Fig. 3, fato que não ocorre nas montagens abordadas nas Refs. [19,20].

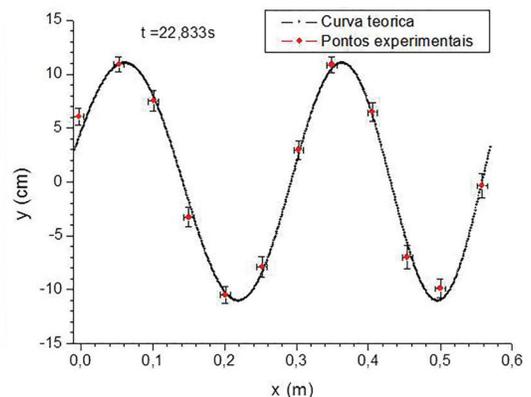
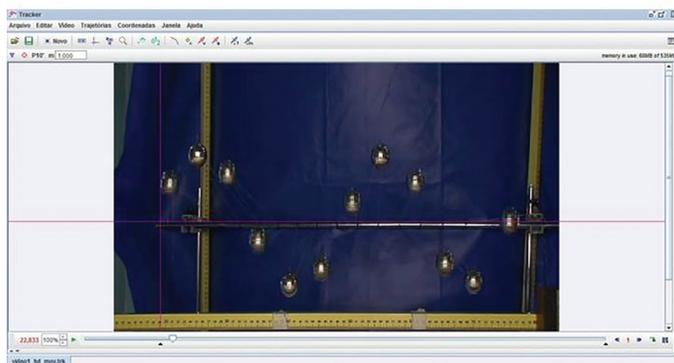
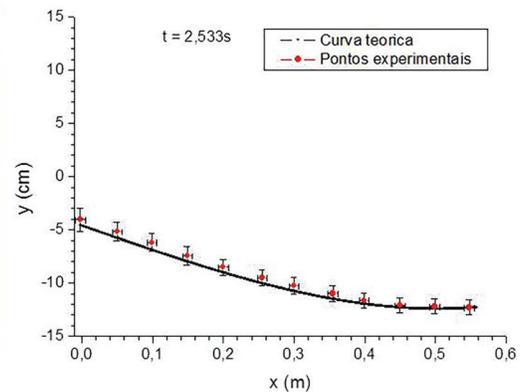
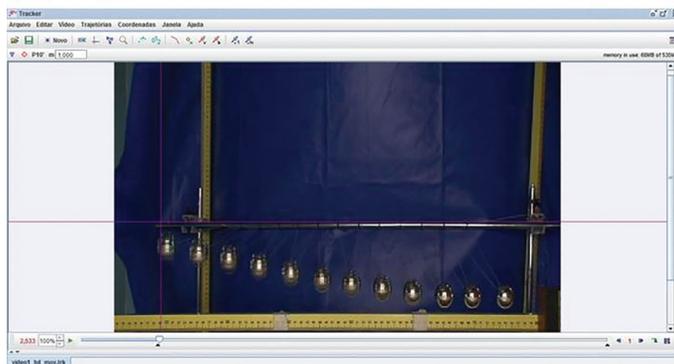


Figura 2 - (esquerda) Vista do sistema no plano horizontal  $xy$ . (direita) comparação entre o modelo proposto para descrever a dança dos pêndulos e os dados experimentais obtidos a partir da vídeoanálise para os instantes de tempo  $t = 2,533$  s e  $t = 22,833$  s.

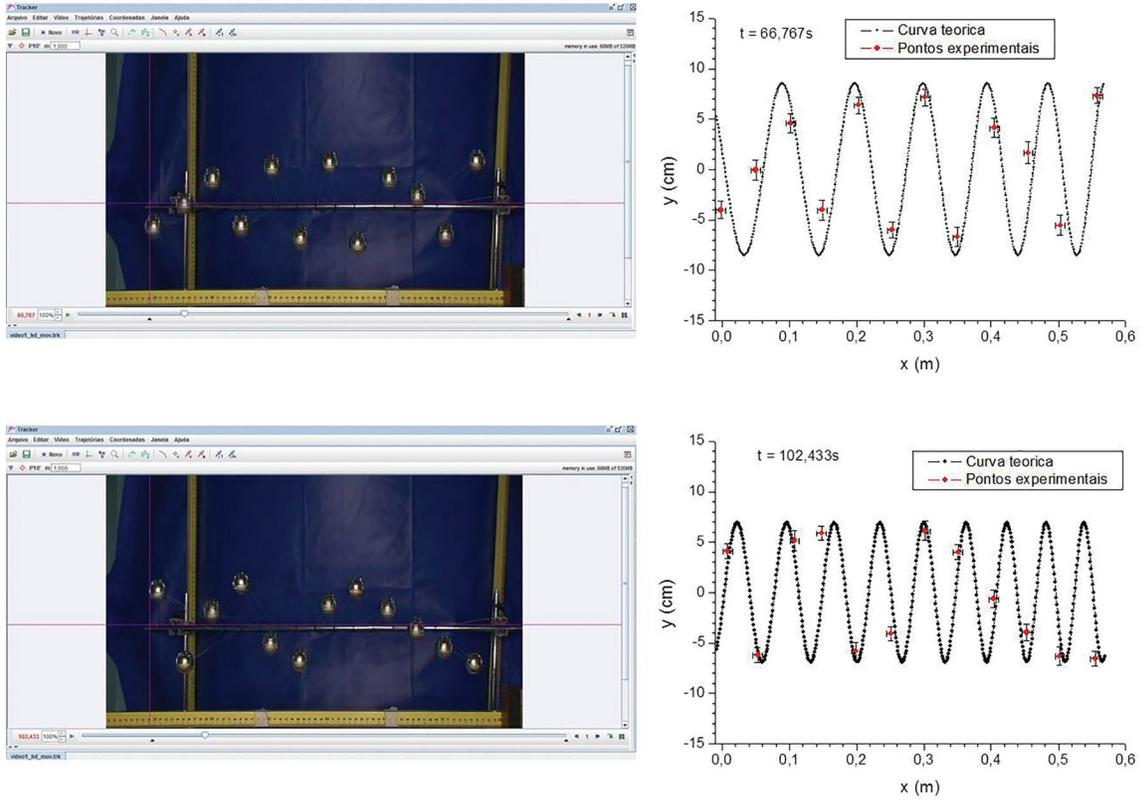


Figura 3 - (esquerda) Vista do sistema no plano horizontal xy. (direita) comparação entre o modelo proposto para descrever a dança dos pêndulos e os dados experimentais obtidos a partir da vídeoanálise para os instantes de tempo  $t = 66,767$  s e  $t = 102,433$  s.

Para entender esse problema, é necessário ver a Eq. (2) em detalhes. Os gráficos mostrados nas Figs. 2 e 3 sugerem uma variação do comprimento de onda em função do tempo, e também uma leve variação do comprimento de onda em função do comprimento do sistema, ou seja, a coordenada  $x$ . Se  $\alpha x/L_0 < 1$ , que é o caso em questão, podemos expandir o termo abaixo até segunda ordem

$$\left(1 - \frac{\alpha}{L_0}x\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{\alpha}{2L_0}x + \frac{3\alpha^2}{8L_0^2}x^2 + \dots \quad (3)$$

e assim, a Eq. (2) pode ser reescrita na forma

$$y(x, t) \cong Ae^{-\gamma t} \cos [K(x, t)x + \omega_0 t], \quad (4)$$

sendo  $\omega_0 = \sqrt{g/L_0}$  a frequência angular do pêndulo mais longo e

$$K(x, t) = K_0(t) \left(1 + \frac{3\alpha}{4L_0}x\right), \quad (5)$$

onde  $K_0$  é o vetor de onda para o caso em que a dependência com a coordenada  $x$  é desconsiderada

$$K_0(t) = \frac{\omega_0 \alpha t}{2L_0}. \quad (6)$$

A Eq. (4) mostra que é possível descrever a dança dos pêndulos, da maneira como foi construída neste trabalho, como sendo uma equação de onda. O vetor de onda, e logo seu comprimento de onda, depende somente do tempo em primeira ordem, mas também do comprimento do sistema, em segunda ordem. O comprimento de onda é dado por

$$\lambda(x, t) = \lambda_0 \left(1 + \frac{3\alpha}{4L_0}x\right)^{-1} \approx \lambda_0 \left(1 - \frac{3\alpha}{4L_0}x\right), \quad (7)$$

sendo  $\lambda_0$  dado por

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{K_0} = \frac{4\pi L_0}{\omega_0 \alpha t}. \quad (8)$$

A Eq. (8) mostra a relação do comprimento de onda decaindo com o inverso do tempo, prevista por Flaten e Parendo [20]. Mas, além disso, o comprimento de onda sofre uma variação com o comprimento do sistema, explicitado na Eq. (7) devido ao fato de a relação en-

tre o comprimento dos pêndulos com respeito as suas posições ser linear.

Porém, qual é a explicação para a sutil diferença entre o caso discutido neste trabalho e aquele discutido nas Refs. [19] e [20]? Reside na premissa em que o ajuste dos comprimentos dos pêndulos foi baseado em manter a diferença de fase por unidade de tempo entre quaisquer dois pêndulos adjacentes constante, acarretando em uma dependência com o comprimento do sistema da seguinte forma [20]

$$L(x) = \frac{L_0}{(1 + \beta x)^2}, \quad (9)$$

sendo  $\beta$  uma constante dada pelo inverso do produto do espaçamento entre os pêndulos e o número de oscilações do pêndulo mais longo em um determinado intervalo de tempo. Se usarmos a Eq. (9) no lugar de  $L(x) = L_0 - \alpha x$ , a Eq. (2) se torna

$$y(x, t) = Ae^{-\gamma t} \cos[\omega_0 t (1 + \beta x)] = Ae^{-\gamma t} \cos[K(t)x + \omega_0 t], \quad (10)$$

sendo

$$K(t) = \omega_0 \beta t. \quad (11)$$

E o comprimento de onda será independente da coordenada  $x$

$$\lambda(t) = \frac{2\pi}{\omega_0 \beta t}. \quad (12)$$

A Eq. (12) equivale a Eq. (8) para  $\lambda_0$ . Comparando-as, podemos obter a relação entre  $\beta$  e  $\alpha$

$$\beta = \frac{\alpha}{2L_0}. \quad (13)$$

A princípio, a Eq. (9) é aparentemente bem diferente da relação linear utilizada neste trabalho

$$L(x) = L_0 - \alpha x. \quad (14)$$

Mas, em casos em que  $\beta x < 1$  podemos escrever

$$L_0 (1 + \beta x)^{-2} \approx L_0 (1 - 2\beta x), \quad (15)$$

mostrando assim que para situações onde as aproximações acima são válidas, podemos ter condições muito próximas, como é possível observar no gráfico da Fig. 4, que compara as Eqs. (9) e (14). O parâmetro  $\beta$  para a mesma configuração deste trabalho foi obtido a partir da relação

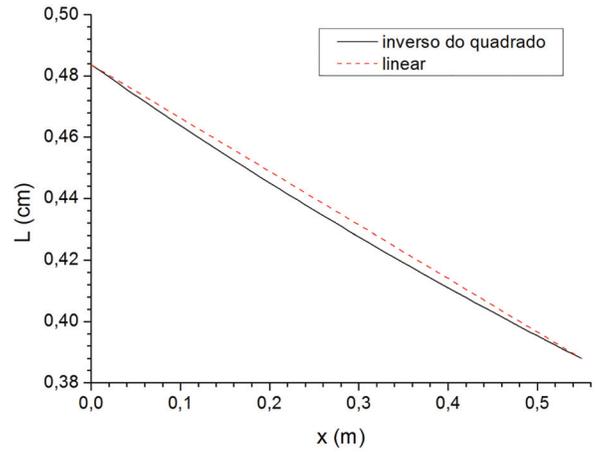


Figura 4 - Comparação entre as relações que descrevem o comprimento do conjunto de pêndulos que decresce com o inverso do quadrado [19,20] e linearmente (este trabalho) com a coordenada  $x$ .

$$\beta = \frac{(L_0/L_{11})^{1/2} - 1}{x_{11}} = 0,2123. \quad (16)$$

Sendo  $L_{11}$  e  $x_{11}$  os valores do comprimento e da posição do último pêndulo. Ainda comparando as Eqs. (14) e (15) podemos obter um valor aproximado para o parâmetro  $\beta$  em função de  $L_0$  e  $\alpha$

$$\beta \approx \frac{\alpha}{2L_0} = 0,18, \quad (17)$$

que difere em torno de 15% do valor obtido na Eq. (16).

### 3. Conclusões

Este trabalho tem por objetivo incentivar o uso de novas tecnologias no ensino de física, com o intuito de auxiliar professores e licenciandos na arte do ensino experimental. Escolhemos a vídeoanálise pelo fato de permitir o estudo de movimentos de difícil visualização pelos olhos humanos, por ser uma proposta de fácil acesso e gratuita, que possibilita o estudo e análise do movimento após a realização do experimento didático, realizável durante a aula ou extra-classe, pelo professor e/ou grupo de estudantes. Ao investigar um determinado movimento, como apresentado neste trabalho, o professor e os alunos têm a oportunidade de aprofundar, aplicar, integrar os conhecimentos e habilidades lecionadas ao longo de sua formação, contribuindo para a sua aprendizagem.

Essa tecnologia pode ser introduzida em laboratórios didáticos nos níveis iniciais de ensino. Entretanto, para abordar versões simplificadas da dança dos pêndulos podemos usar seus atrativos, que estão no apelo visual e na sua simples montagem, apresentada no início da seção *Análise Experimental*, que pode ser realizada por qualquer professor ou estudante. O

professor pode analisar alguns pêndulos de forma isolada, mostrando que o sistema é constituído apenas por pêndulos simples independentes, e que seus períodos dependem exclusivamente de seus comprimentos e diferindo muito pouco de seus primeiros vizinhos. Dessa forma, é possível mostrar ao estudante que pêndulos simples fisicamente independentes, quando arranjados apropriadamente, podem mostrar uma dança sincronizada e bela, sem a necessidade de se aprofundar nas equações matemáticas apresentadas.

## Agradecimentos

O autor V.L.B. de Jesus é Bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, da CAPES – Brasil. A autora M.A.J. Barros agradece ao IFRJ e ao CNPq pela concessão de sua Bolsa de Iniciação Científica. Os autores agradecem ao IFRJ pela cessão do seu laboratório didático, ao licenciando Jackson Martins dos Santos e ao professor Daniel G.G. Sasaki pela leitura criteriosa do original deste trabalho.

## Referências

- [1] M.R. Matthews, Rev. Electrón. Investig. Educ. Cienc. **1**, 1 (2006).
- [2] M.R. Matthews, *Time for Science Education: How Teaching the History and Philosophy of Pendulum Motion can Contribute to Science Literacy* (Kluwer Academic Publishers, New York, 2005).
- [3] M.R. Matthews, C.F. Gauld and A. Stinner (eds), *The Pendulum: Scientific, Historical, Philosophical and Educational Perspectives* (Springer, Dordrecht, 2005).
- [4] C. Gauld, Science & Education **13**, 811 (2004).
- [5] M. Burrowes e C. Farina, Revista Brasileira de Ensino de Física **27**, 175 (2005).
- [6] J.V.S. Benito, A. Gras-Marti e V.F. Soler-Selva, Cad. Bras. Ens. Fís. **22**, 165 (2005).
- [7] R.P.B. dos Santos, Cad. Bras. Ens. Fís. **23**, 238 (2006).
- [8] C.G. Carvalhaes e P. Suppes, Revista Brasileira de Ensino de Física **31**, 2701 (2009).
- [9] V.C. Barbosa e P.C.G. de Moraes, Revista Brasileira de Ensino de Física **32**, 3307 (2010).
- [10] K. Weltner, A.S.C. Esperidião, P. Miranda e J.F.M. Rocha, Cad. Bras. Ens. Fís. **21**, 227 (2004).
- [11] E.W.F.M. da Silva e S.T. Gobara, Cad. Bras. Ens. Fís. **26**, 379 (2009).
- [12] M.C. da Silva, Física na Escola **11**(1), 45 (2010).
- [13] F.J. Arnold, R. Arthur, L.L. Bravo-Roger, M.S. Gonçalves e M.J.G. de Oliveira, Revista Brasileira de Ensino de Física **33**, 4311 (2011).
- [14] O.H.M. da Silva, S.M. Arruda, C.E. Laburú e E.A.S. Bueno, Cad. Bras. Ens. Fís. **30**, 409 (2013).
- [15] J. Briggles, Physics Education **48**, 285 (2013).
- [16] F.C. da Silva e P.B. Ramos, Física na Escola **7**(1), 30 (2006).
- [17] O.C.N. Pereira, W.M. da Silva, A.C. Sabino, M.E. Gozzi, A.R. Sampaio e R.C. Viscovini, Cad. Bras. Ens. Fís. **29**, 267 (2012).
- [18] L.A. Heidemann, I.S. Araujo e E.A. Veit, Cad. Bras. Ens. Fís. **29**, 965 (2012).
- [19] R.E. Berg, American Journal of Physics **59**, 186 (1991).
- [20] J.A. Flaten and K.A. Parendo, American Journal of Physics **69**, 778 (2001).
- [21] P. Glendinning, Mathematics Today, **2012**(4), 74 (2012).
- [22] Harvard Natural Sciences Lecture Demonstrations. Disponível em [http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb/icb.do?pageContentId=icb.pagecontent341734&pageid=icb.page80863&state=maximize&view=view.do&viewParam\\_name=indepth.html](http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/icb/icb.do?pageContentId=icb.pagecontent341734&pageid=icb.page80863&state=maximize&view=view.do&viewParam_name=indepth.html), acesso em 27/06/2014.
- [23] Caminhão da ciência – UFBA. Disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=KVGjVF5KjjU>, acesso em 06/08/2013.
- [24] Disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=RaEfxpZVmNU>, acesso em 6/8/2013.
- [25] Disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=erzYlGe0TEI>, acesso em 6/8/2013.
- [26] WACTC – Western Area Career and Technology Center. Disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=Fa30me3gIg0>, acesso em 6/8/2013.
- [27] Arizona State University. Disponível em <http://www.youtube.com/watch?v=YyTwl-BPs7A>, acesso em 03/07/2014.
- [28] Disponível em <http://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>, acesso em 2/8/2013.
- [29] D. Brown e A.J. Cox, The Physics Teacher **47**, 145 (2009).
- [30] A.G. Bezerra Junior, J.A. Lenz, L.P. Oliveira e N. Saavedra, *Manual para Usuários Iniciantes no Software Tracker* (Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011).