

El espectroscopio cuantitativo como instrumento para la construcción y uso de modelos de emisión y absorción de radiación en física cuántica

(*The quantitative spectroscopy, an instrument aiming at designing and using quantum physics models for the emission and absorption of radiation*)

Francisco Savall-Aleman¹, Josep Lluís Domènech-Blanco¹, Joaquín Martínez-Torregrosa^{1,2}

¹*Departamento de Didáctica General y Didácticas Específicas, Didáctica de las Ciencias Experimentales, Facultad de Educación, Universidad de Alicante, España*

²*Instituto Universitario de Física Aplicada a la Ciencia y Tecnología, Universidad de Alicante, España*
Recibido em 16/4/2014; Aceito em 10/6/2014; Publicado em 3/10/2014

La introducción de la física cuántica en el bachillerato se limita en gran medida al estudio de los espectros de los gases y el efecto fotoeléctrico, obviando la gran cantidad de aplicaciones cotidianas que esta tiene. La construcción y calibrado de un espectroscopio cuantitativo nos permite trabajar con modelos cuánticos más allá de las experiencias que sirvieron para establecerlos.

Palabras-clave: espectros de luz visible, espectroscopio, modelos, física cuántica.

The introduction of quantum physics in high school is reduced to the study of gas spectra and photoelectric effect, forgetting the wide range of daily applications. The construction and calibration of a quantitative spectroscopy allow us to work with quantum models beyond the experiments that were used to establish them.

Keywords: visible light spectra, spectroscopy, models, quantum physics.

1. Introducción

El desarrollo de la unidad de física cuántica en el segundo año de bachillerato se suele basar en el estudio del efecto fotoeléctrico y los espectros de los gases, aspectos ambos contemplados en el currículum, que establece entre los criterios de evaluación, además, el conocimiento del “gran impulso de esta nueva revolución científica al desarrollo científico y tecnológico, ya que gran parte de las nuevas tecnologías se basan en la física cuántica: las células fotoeléctricas, los microscopios electrónicos, el láser, la microelectrónica, los ordenadores, etc.” [1].

La estrategia de empezar la unidad con el estudio del efecto fotoeléctrico y los espectros atómicos está justificada desde el punto de vista histórico, ya que ambos son problemas relativos a la emisión y absorción de radiación que llevaron al abandono de los modelos clásicos y al establecimiento de los primeros modelos cuánticos [2, 3]. Sin embargo, los problemas y actividades a las que se enfrentan los alumnos se quedan muy lejos del ansiado objetivo de “conocer el gran impulso de esta nueva revolución científica al desarrollo tecnológico”, puesto que no se les da la oportunidad de aplicar los modelos cuánticos en situaciones diferentes

a las utilizadas para introducirlos, a pesar del consenso generalizado que existe en la investigación didáctica sobre la necesidad de basar la enseñanza y aprendizaje de las ciencias en los modelos científicos, en tanto que éstos actúan como intermediarios entre las teorías y la experiencia, desempeñando un papel fundamental en el trabajo científico, además de ser uno de los principales productos [4-11].

Así mismo, se olvida el valor que tiene la física cuántica para explicar el funcionamiento de aplicaciones tecnológicas modernas, lo que aporta a los alumnos conocimientos que les permiten tomar decisiones informadas, contribuyendo así a la alfabetización científica, objetivo fundamental de la enseñanza científica [12-14].

Somos conscientes que son diversas las maneras en que se introduce la cuantización de la energía en el átomo en la enseñanza media y que este tema sigue siendo objeto de investigación [15-16]. También son diversas las propuestas destinadas a introducir trabajos experimentales en la enseñanza de la física cuántica [17], y en algunas de ellas se proponen usos didácticos del espectroscopio [18-21]. Sin embargo, todas ellas se limitan a un uso cualitativo del espectroscopio que impide el desarrollo y aplicación, en detalle, de un modelo cuántico de emisión y absorción de radiación. Por ello,

¹E-mail: paco.savall@ua.es.

nuestro trabajo ha tenido como objetivo el diseño y puesta en práctica de una secuencia de actividades que permita a los alumnos construir y aplicar un modelo cuántico capaz de explicar fenómenos cotidianos, como la fluorescencia, la fosforescencia, el funcionamiento del láser, los leds o los tubos de neón.

2. Montaje del espectroscopio

Para el montaje del espectroscopio hemos usado una caja de cartón, concretamente una caja de zapatos. En dos de sus paredes opuestas hemos abierto dos agujeros alineados de aproximadamente 4 cm de alto y 1 cm de ancho (Fig. 1A). Seguidamente hemos añadido una red de difracción, obtenida de un CD. Para ello hemos retirado la capa de aluminio del CD pegando un trozo de cinta adhesiva plástica sobre ella, al levantar la cinta adhesiva observamos que el aluminio se queda pegado a ella, dejando el plástico del CD (la red de difracción) libre y limpio. Sobre él hemos dibujado un rectángulo, en la parte más externa, suficientemente grande como

para cubrir uno de los agujeros abiertos en la caja (Fig. 1B). Tras cortar el rectángulo lo hemos pegado, en posición vertical, sobre uno de los agujeros de la caja.

Por último, con un cúter hemos practicado una rendija vertical, tan fina como nos ha sido posible, sobre un rectángulo de cartulina negra suficientemente grande como para cubrir completamente el otro agujero abierto en la caja y lo hemos pegado sobre él. En la parte interior de la caja, al lado de la rendija, hemos pegado una escala dibujada sobre un papel milimetrado (Fig. 1C). Esta escala, una vez calibrada, será la que permitirá hacer las medidas cuantitativas.

Este es el espectroscopio que nos ha permitido descomponer la luz y observar los espectros. Sin embargo, es necesario que entre en la caja la luz necesaria para poder ver la escala si se desea hacer medidas cuantitativas. Para ello, hemos practicado en la tapa de la caja, sobre la escala, una abertura transversal, de aproximadamente 1 cm de ancho (Fig. 1D, nótese que ahora la caja está girada, con la rendija en primer plano). Esta abertura deja entrar la luz suficiente para poder ver la escala sin afectar al espectro.

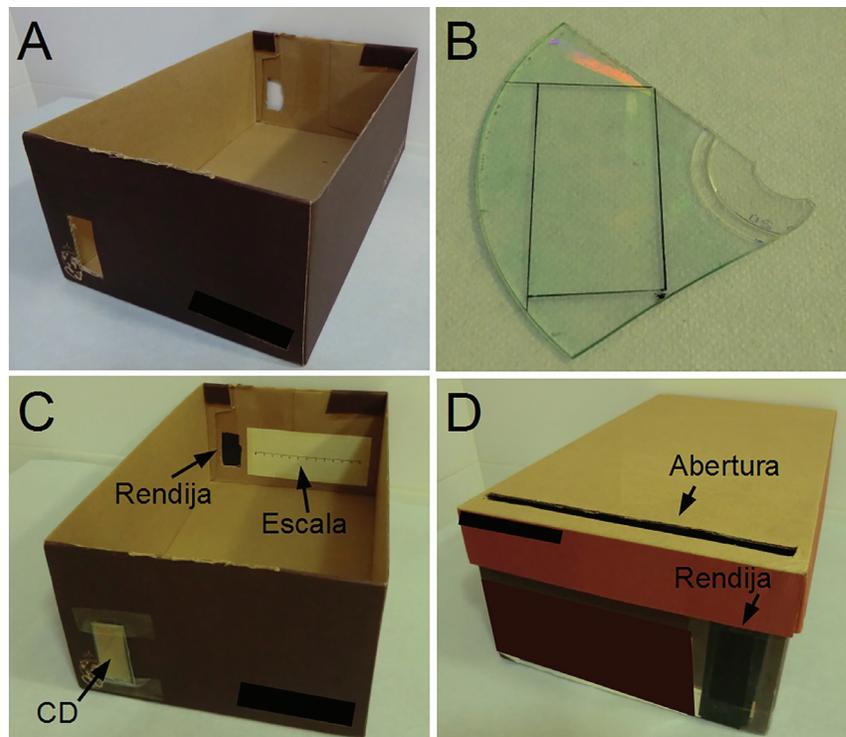


Figura 1. Montaje del espectroscopio.

3. Calibración del espectroscopio

Para calibrar el espectroscopio buscamos una relación matemática entre la posición que ocupa una línea es-

pectral sobre la escala y su longitud de onda. En una red de difracción, la radiación que emerge con un ángulo de difracción θ de dos puntos homólogos separados por una distancia δ en dos rendijas consecutivas tiene una

diferencia de caminos Δ (Fig. 2) que cumple la relación

$$\sin \theta = \frac{\Delta}{\delta} \rightarrow \Delta = \delta \sin \theta \quad (1)$$

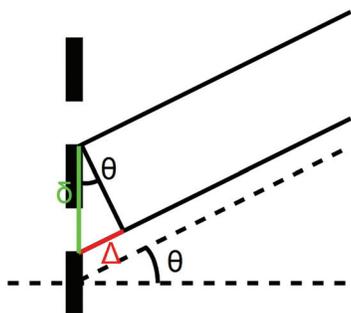


Figura 2. Diferencia de caminos (Δ) entre la radiación que atraviesa por dos puntos homólogos de dos rendijas consecutivas separadas por una distancia δ en la dirección θ .

El primer máximo de intensidad se observará, para cada frecuencia, en aquella dirección en la cual la diferencia de caminos se corresponda con una longitud de onda, por lo que la ecuación (1) queda como:

$$\lambda = \delta \sin \theta. \quad (2)$$

Para nuestro espectroscopio, el ángulo de difracción θ con el que se observa cada línea espectral está relacionado con la posición de la línea sobre la pantalla (x) y con la longitud del espectroscopio (L), como se aprecia en la Fig. 3.

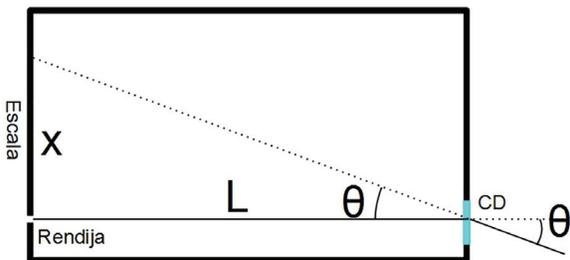


Figura 3. El ángulo de difracción θ está relacionado con la posición de la línea sobre la escala (x) y la longitud del espectroscopio (L).

Así, y teniendo en cuenta que $L \gg x$

$$\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} \approx \frac{x}{L}. \quad (3)$$

Despejando e igualando $\sin \theta$ en las ecuaciones (2) y (3) llegamos a

$$\frac{x}{L} = \frac{\lambda}{\delta} \rightarrow \lambda = \frac{\delta}{L} x. \quad (4)$$

Podemos, por tanto, establecer una relación lineal entre la longitud de onda de una línea espectral y su posición sobre la escala. Para ello hemos usado un espectro cuyas longitudes de onda fuesen conocidas, concretamente el espectro de una bombilla de bajo consumo (Fig. 4).

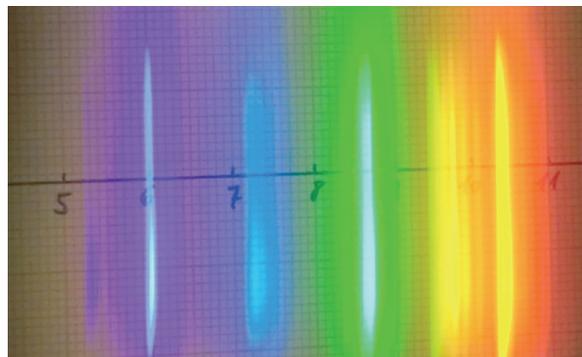


Figura 4. Espectro de una bombilla de bajo consumo obtenido con el espectroscopio. Se observan las líneas espectrales sobre la escala de papel milimetrado. De izquierda a derecha, se observan dos líneas violetas (la primera es muy tenue), una línea azul, una línea verde, una banda formada por la superposición de diversas líneas naranjas y una línea naranja.

Las longitudes de onda de las líneas espectrales se pueden obtener de artículos didácticos [20-21] o de artículos científicos [22-23]. En la Tabla 1 relacionamos la posición de las líneas espectrales de la Fig. 4 con sus respectivas longitudes de onda.

Tabla 1. Posiciones y longitudes de onda de las líneas del espectro de la bombilla de bajo consumo tomado con nuestro espectroscopio.

Posición (cm)	Longitud de onda (nm)	Comentarios
5,2	405	Línea morada muy tenue
6,0	436	Línea violeta
7,2	492	Línea azul
8,7	546	Línea verde
9,4	577	Inicio banda naranja
10,5	612	Línea naranja

Hemos considerado que la posición de las líneas es aquella en la que se observa su mayor intensidad y, en caso de duda, hemos cogido el menor de los valores. Así, para la banda naranja hemos tomado su posición como 9,4 cm, donde empieza la banda, y el valor de su longitud de onda como 577 nm, que es la menor de sus longitudes de onda [21]. Con estas medidas hemos representado la posición de las líneas frente a la longitud de onda y hemos obtenido la recta de regresión que permite relacionar ambas magnitudes (Fig. 5).

Como se puede observar, la gráfica se ajusta correctamente a una recta, con una correlación elevada ($r = 0,9987$). La ecuación de la recta, que posteriormente permitirá determinar el valor de las longitudes

de onda de la radiación emitida por otras fuentes, viene dada por la ecuación (5), con la posición de la línea espectral expresada en centímetros y la longitud de onda en nanómetros.

$$\lambda = 40x + 201. \quad (5)$$

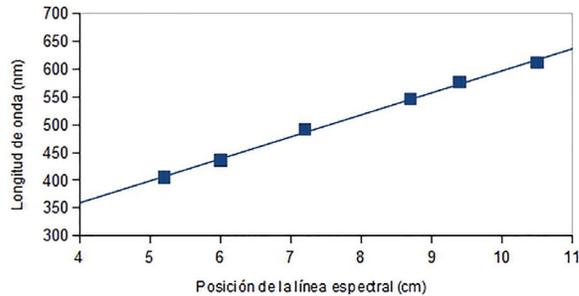


Figura 5. Relación entre la posición de las líneas en el espectroscopio y su longitud de onda.

Ahora ya podemos usar el espectroscopio para explicar el funcionamiento de aparatos tecnológicos y fenómenos cuánticos cotidianos, dando cuenta de los procesos que les permiten emitir y absorber radiación. Empezaremos estableciendo un modelo cuántico de emisión de radiación para el caso más sencillo: la emisión de luz monocromática por un láser. Posteriormente modificaremos y ampliaremos el modelo establecido para dar cuenta de la emisión de radiación cuyo espectro contiene diversas frecuencias e intensidades. Ésto nos permitirá trabajar no solo los conceptos de transición atómica y de fotón y su relación con la frecuencia de la radiación sino también el carácter probabilístico de la física cuántica, imprescindible a la hora de explicar la intensidad de las líneas espectrales de los gases.

Así mismo, el trabajo experimental nos llevará al establecimiento, como hipótesis, de diversos modelos capaces de explicar los resultados experimentales. La decisión sobre cuál de ellos es correcto se deberá tomar atendiendo a su capacidad para predecir la existencia de frecuencias no visibles en el espectro de la luz emitida, cuya existencia puede ser contrastada a través de una búsqueda bibliográfica. Como veremos, esta estrategia será fundamental cuando tratemos de determinar las transiciones que originan los espectros de los gases.

4. Actividades de introducción y uso de un modelo cuántico de emisión y absorción de radiación

4.1. Introducción de un modelo cuántico para explicar la emisión de luz monocromática

El espectro más sencillo es el de un láser, por su carácter monocromático. Usando el espectroscopio, la imagen

que se obtiene al poner el láser delante de la rendija y mirar a través del CD es la que mostramos en la Fig. 6.

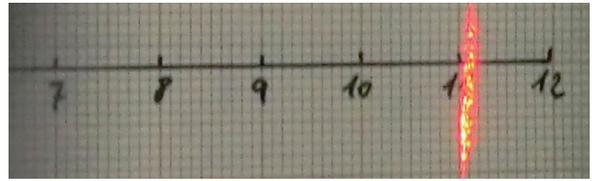


Figura 6. Espectro del láser.

Un espectro con una única línea pone de manifiesto que la radiación emitida se debe a la transición de los átomos del láser entre dos estados estacionarios. A partir de la posición de la línea espectral, 11,1 cm, obtenemos la frecuencia de la radiación ν , con ello, la energía de los fotones emitidos

$$\begin{aligned} \lambda_{foton} &= 40 \cdot 11,1 + 201 = 645 \text{ nm} \rightarrow \\ \nu_{foton} &= 4,65 \cdot 10^{14} \text{ Hz}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$E_{foton} = h\nu = 3,08 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,9 \text{ eV} \quad (7)$$

Por tanto, en los átomos del láser se produce una transición electrónica entre estados estacionarios separados por 1,9 eV. Si representamos dicha transición en un diagrama de energía en el cual dicha magnitud (E) se sitúa en el eje vertical, y teniendo en cuenta que desconocemos el valor de la energía del estado fundamental (E_0), obtenemos la Fig. 7.

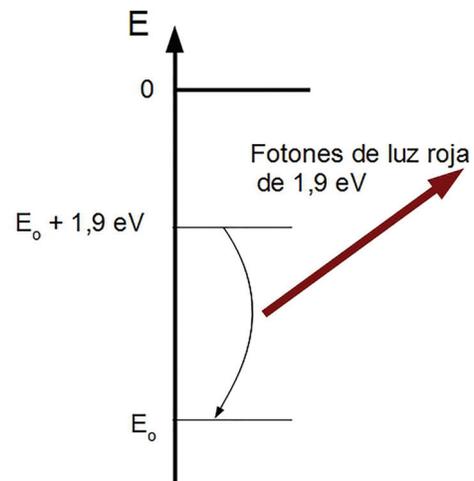


Figura 7. Diagrama de transiciones permitidas. Los electrones hacen una transición entre dos niveles separados por 1,9 eV para emitir la luz roja característica de este láser.

Una explicación completa implica dar cuenta de su funcionamiento a lo largo de un período de tiempo suficientemente largo. Para ello, los electrones deben adquirir energía de la corriente eléctrica que alimenta el láser para hacer la transición del estado inferior al superior y mantener la emisión de energía.

4.2. Modificación del modelo cuántico para explicar la emisión de una banda de frecuencias de luz

De manera análoga, se puede explicar el funcionamiento de un led, caracterizado por emitir una banda de frecuencias de luz, como se observa en la Fig. 8.

En primera aproximación, podemos considerar la banda como una línea y proceder de la misma manera que antes. Sin embargo, un análisis detallado permite determinar que la banda se encuentran entre la posición 10,2 cm y 10,9 cm de la figura 8, a lo que corresponde un rango de longitudes de onda de 609 nm a 637 nm y fotones con energías entre $3,25 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ y $3,11 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. Para

emitir fotones de todas esas energías debe haber un conjunto de posibles transiciones, lo que solo se consigue si consideramos la existencia de bandas, como muestra la Fig. 9.

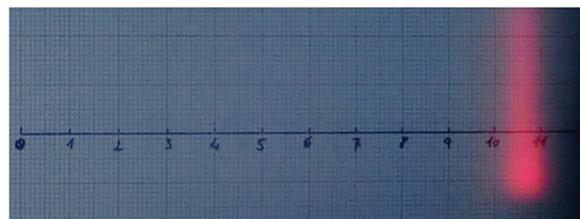


Figura 8. Espectro de un led rojo.

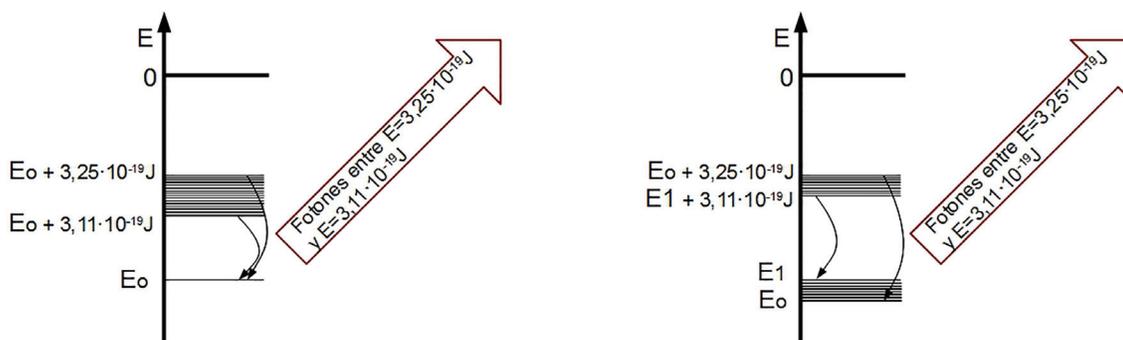


Figura 9. Diagramas de bandas de energía que explican la radiación emitida por un led. Las flechas indican diversas transiciones posibles para explicar el espectro observado.

4.3. Uso del modelo cuántico para explicar los cambios en la frecuencia o la intensidad de la luz emitida

Profundizamos en el modelo de emisión de radiación usándolo para explicar la emisión de luz de diferente color e intensidad. Para ello usamos leds de colores verde y azul, cuyos espectros son similares al de la luz emitida por el led rojo, como se observa en la Fig. 10.

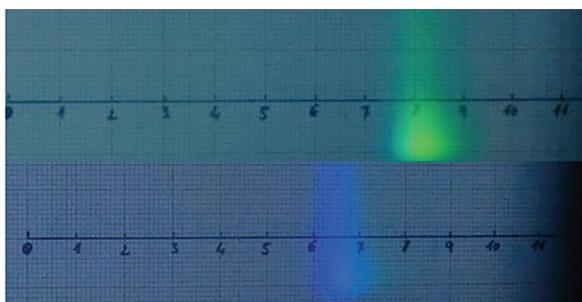


Figura 10. Espectro del led verde (arriba) y del led azul (abajo).

Conseguir un aumento en la frecuencia de la luz emitida requiere que los fotones emitidos tengan más energía, lo que requiere una mayor separación

energética entre estados estacionarios. Dar cuenta de un aumento de intensidad implica hacer cambios en el modelo que justifiquen un aumento de la energía total emitida. Si no hay cambio de frecuencia, los fotones emitidos tendrán la misma energía, por lo que un cambio en la energía total exige un aumento en la cantidad total de fotones emitidos: deben producirse más transiciones entre estados estacionarios por unidad de tiempo.

4.4. Ampliación del modelo cuántico para explicar la emisión de luz policromática

El modelo nos permite abordar también la emisión de espectros con más de una línea o banda, como el caso del helio (Fig. 11), siendo esta una buena ocasión para profundizar en el carácter aleatorio de las transiciones atómicas.

Observando en el espectro las posiciones de las líneas obtenemos su frecuencia y la energía de los fotones que las constituyen (Tabla 2).

Para que se puedan emitir estos fotones deben tener lugar 4 transiciones en el átomo de helio. Existen diversas posibilidades de que esto ocurra y necesitamos más información para establecer el diagrama correcto.

A pesar de ello, la Fig. 12 es un ejemplo de diagrama capaz de explicar el espectro del helio.

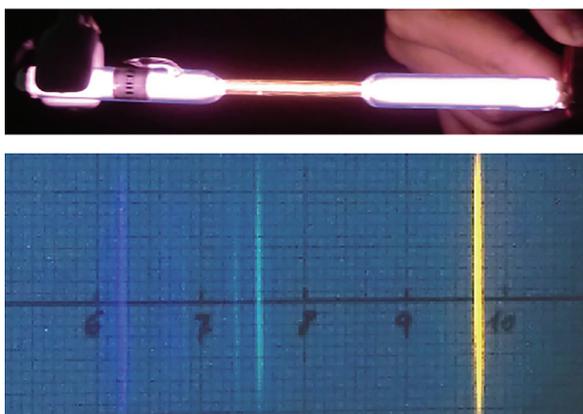


Figura 11. Lámpara de helio del laboratorio escolar y su correspondiente espectro.

Tabla 2. Posiciones, colores, frecuencias y energías de los fotones del espectro del helio.

Posición (cm)	Color	λ (nm)	Energía de los fotones (eV)
6,2	Azul	449	2,8
7,3	Verde débil	493	2,6
7,5	Verde intensa	501	2,5
9,8	Amarilla	593	2,1

Otro diagrama posible sería aquel en el cual tienen lugar transiciones desde un único estado a cuatro estados diferentes y de menor energía, o que tengan lugar cuatro transiciones entre estados estacionarios consecutivos y separados por 2,1 eV, 2,5 eV, 2,6 eV y 2,8 eV.

Para decidir entre un diagrama u otro discutimos si el helio puede emitir radiaciones que no estén recogidas en el espectro. Teniendo en cuenta que las transiciones a estados de menor energía son aleatorias, cabe esperar transiciones desde el tercer estado al segundo, desde el cuarto estado al tercero y al segundo, etc. Podemos, por tanto, calcular las frecuencias de dichas transiciones y contrastar a través de búsqueda bibliográfica si están presentes en el espectro no visible del helio.

Por último, para tener una explicación completa del espectro debemos dar cuenta de la intensidad de las líneas espectrales, lo que nos permite trabajar el carácter probabilístico de la física cuántica, como habíamos comentado anteriormente. La línea más intensa, la amarilla, evidencia una mayor cantidad de fo-

tones de dicha frecuencia. Podemos afirmar, por tanto, que la transición del segundo estado estacionario al primero se da más veces por unidad de tiempo que las demás, que es la más probable. Un análisis equivalente permite explicar la intensidad de las otras líneas.

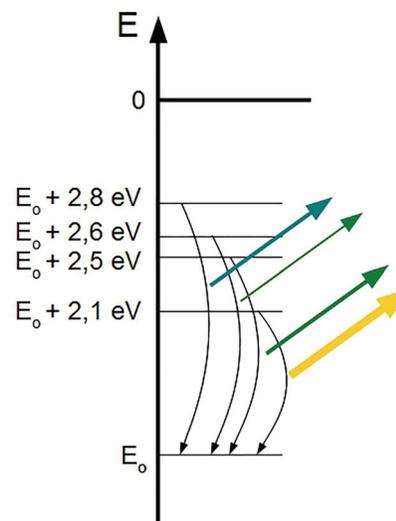


Figura 12. Diagrama de transiciones permitidas del átomo de helio. Las flechas coloreadas indican el color de la luz emitida en cada transición. Una flecha más gruesa hace referencia a una transición más probable y, por tanto, a una línea más intensa en el espectro para la radiación de dicha frecuencia.

4.5. Ampliación del modelo cuántico para explicar la absorción de radiación

El uso del espectroscopio no se limita únicamente a la emisión, pudiendo abordar también la absorción y la existencia de una frecuencia umbral en diversos fenómenos, como la fluorescencia, la fosforescencia o el efecto fotoeléctrico.

Usando los leds que emiten luz roja, verde y azul cuyos espectros se encuentran en las Figs. 8 y 10 y una pegatina fluorescente se puede comprobar experimentalmente que al iluminar la pegatina con luz roja (Fig. 13, fotograma 1) ésta no emite luz (2). Al hacerlo con luz verde tampoco se produce ningún efecto (3 y 4). Pero cuando se ilumina con luz azul se puede observar que, posteriormente, luce durante un breve período de tiempo (5 y 6).



Figura 13. Las pegatinas fluorescentes solo brillan cuando se iluminan con luz azul. En el primer fotograma (1) se observa una estrella iluminada con luz roja, en el segundo fotograma se puede ver que al apagar la luz la estrella no luce. Lo mismo pasa al iluminar con luz verde (fotogramas 3 y 4). Pero al iluminarla con luz azul la estrella sí que luce.

Para cada led trabajaremos con la máxima frecuencia de la luz que emite, puesto que es ésta la que produce la transición más energética en la pegatina fluorescente y, por tanto, la que puede producir posteriormente la

emisión de luz por parte de la pegatina. En la Tabla 3 indicamos la longitud de onda mínima de la luz emitida por cada led y la energía máxima de los fotones que la constituyen.

Tabla 3. Colores, frecuencias y energía de los fotones de la luz usada para iluminar la pegatina fluorescente.

Color	λ mínima (nm)	Energía máxima de los fotones (eV)	Comentarios
Rojo	4,97	2,0	La pegatina no brilla
Verde	6,16	2,5	La pegatina no brilla
Azul	6,87	2,8	La pegatina brilla

Empezamos analizando la emisión de luz por la estrella. Se observa que la luz emitida es azulada, por tanto responde a un mecanismo como el que se representa en la Fig. 14.

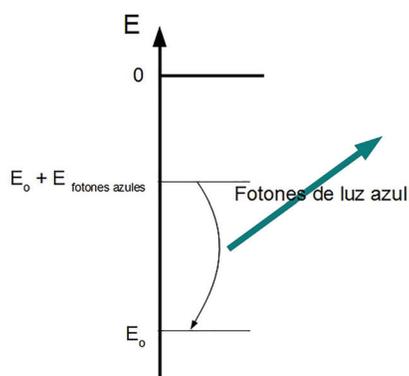


Figura 14. Mecanismo que permite explicar la emisión de luz por parte de la estrella.

Para que el mecanismo “se active” es necesario que se produzcan transiciones de los electrones desde el estado de menor energía al de mayor energía. Observando con el espectroscopio la luz roja, la luz verde y la luz azul procedente de la fuente de iluminación podremos apreciar que la frecuencia de la última es la mayor de todas y, como demuestra la secuencia fotográfica, la única que está formada por fotones que pueden llevar a los electrones al estado de mayor energía (Fig. 15).

Aprovechamos la situación para confirmar que cada electrón interactúa únicamente con un fotón, ya que la absorción de diversos fotones de la frecuencia correspondiente a la luz roja podría llevar a los electrones al estado de mayor energía. Como dicho efecto no se observa, la absorción múltiple debe ser descartada.

5. Conclusión

El uso cuantitativo del espectroscopio nos ha permitido profundizar en los modelos cuánticos de emisión y absorción de radiación más allá de la interpretación básicamente cualitativa de los espectros atómicos que

caracteriza a los libros de texto. Es así como profundizamos en la dimensión aplicada de la física cuántica, poniendo de manifiesto su importancia en el desarrollo económico y tecnológico. Contribuimos con ello a la construcción de una imagen más correcta de la ciencia y del trabajo científico por parte de los alumnos, así como a que sean capaces de reconocer la presencia de la física cuántica en su entorno más inmediato. Consideramos que este último objetivo es irrenunciable en la alfabetización científica de los estudiantes, con el cual se contribuye también a la formación de un espíritu crítico que les permitirá enfrentarse a visiones deformadas de la física cuántica y aplicaciones fraudulentas, tales como la psicología cuántica o la bioresonancia cuántica, por citar algunos ejemplos, actividades que se caracterizan por haberse apropiado del adjetivo cuántico de manera incorrecta.

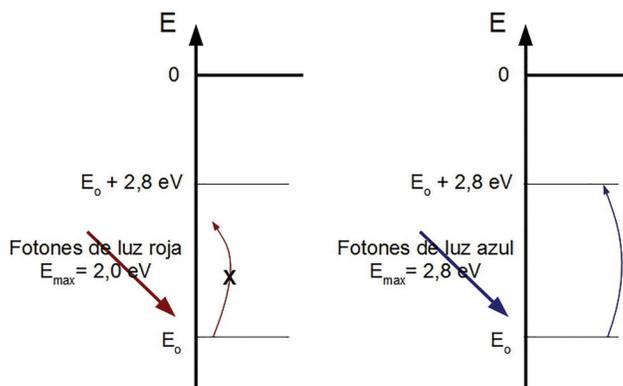


Figura 15. Los fotones de la luz roja no tienen la energía suficiente para producir una transición hasta el siguiente estado estacionario, por lo que no son absorbidos y no hacen brillar la estrella. Los fotones de la luz azul tienen energía suficiente para producir transiciones que posteriormente permitirán que la estrella brille.

Referencias

- [1] BOE. Boletín Oficial del Estado. Orden ESD/1729/2008, de 11 de junio, por la que se regula la ordenación y se establece el currículo de bachillerato, **147** (2008).
- [2] J.M. Sánchez Ron, *Historia de la física cuántica I. El período fundacional (1860-1926)* (Crítica, Barcelona, 2001).
- [3] A.B. Arons, *Teaching Introductory Physics* (Wiley, New York, 1997).
- [4] R. Justi, *Enseñanza de las Ciencias* **24**, 173 (2006).
- [5] A.G. Harrison and D.F. Treagust, *International Journal of Science Education* **22**, 1011 (2000).
- [6] C. Stefani and G. Tsapalis, *Journal of Research in Science Teaching* **46**, 520 (2009).
- [7] R. Justi and J. Gilbert, *International Journal of Science Education* **22**, 993 (2000).
- [8] S.B. McKagan, K.K. Perkins, M. Dubson, C. Malley, D. Reid, R. LeMaster and C. E. Wieman, *American Journal of Physics* **76**, 406 (2008).
- [9] J. Gilbert, *Models and Modelling in Science Education* (Association for Science Education, Herts, 2003)
- [10] J.A. Chamizo, *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* **7**, 26 (2010).
- [11] A. Raviolo, P. Ramírez and E.A. López, *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* **7**, 581 (2010).
- [12] D. Hodson, *International Journal of Science Education* **25**, 645 (2003).
- [13] L.T. Escalada, N.S. Rebello and D.A. Zollman, *The Physics Teacher* **42**, 173 (2004).
- [14] D. Gil, *Como Promover el Interés por la Cultura Científica* (Andros Impresores, Santiago de Chile, 2005).
- [15] F.A.G. Parente, A.C.F. dos Santos and A.C. Tort, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **36**, 1502 (2014).
- [16] D. de Oliveira Leite and R. Junqueira Prado, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **34**, 2504 (2012).
- [17] J.R. Beltrán, D.A. Yamaguchi, T.A. Liboni, A.A. Barbosa, M. Belusi, P.R. Salinas and G.V. Bossa, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **35**, 3312 (2013).
- [18] S. Heredia, *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias* **6**, 491 (2009).
- [19] M. de Luís and E. Martínez, *Alambique* **65**, 106 (2010).
- [20] Y. Kraftmakher, *The Physics Teacher* **48**, 461 (2010).
- [21] Y. Kraftmakher, *Physics Education* **47**, 184 (2012).
- [22] C.J. Sansonetti, M.L. Salit and J. Reader, *Applied Optics* **35**, 74 (1996).
- [23] C.D. Elvidge, D.M. Keith, B.J. Tuttle and K.E. Buahg, *Sensors* **10**, 3961 (2010).