

## **Cálculo de Radiação Infravermelha na Atmosfera por um método Numérico\***

**G. S. S. NUNES e Y. VISWANADHAM**

*Instituto de Pesquisas Espaciais / CNPq, São José dos Campos, SP*

Recebido em 18 de Agosto de 1977

A numerical method is described for the calculations of the atmospheric infrared flux and radiative cooling rate in the atmosphere. It is suitable for use at all levels below lower stratosphere. The square root pressure correction factor is incorporated in the computation of the corrected optical depth. The water vapour flux emissivity data of Staley and Jurica are used in the model. The versatility of the computing scheme suggests that this method is adequate to evaluate infrared flux and flux divergence in the problems involving a large amount of atmospheric data.

Este trabalho apresenta um método numérico destinado ao cálculo do fluxo infravermelho e da taxa de resfriamento radiativo na atmosfera, a ser utilizado em todos os níveis abaixo da baixa estratosfera. Foi incorporado o fator de correção (raiz quadrada) à pressão, nos cálculos de profundidade ótica corrigida. Os dados da emissividade de fluxo do vapor d'água utilizados, foram aqueles obtidos por Staley e Jurica. A versatilidade do esquema de computação sugere que este método será de grande utilidade para calcular o fluxo e a divergência do fluxo infravermelho, principalmente, em problemas que envolvem uma quantidade muito grande de dados atmosféricos.

---

\* Este trabalho foi parcialmente subvencionado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - FNDCT através do convênio FINEP-271-CT.

## 1. INTRODUÇÃO

A radiação solar é a principal fonte de energia do sistema terra-atmosfera. Em comparação com a energia solar, as energias de origem terrestre e as provenientes de outros corpos celestiais são insignificantes. A radiação solar absorvida pela superfície da terra e pela atmosfera é, inicialmente, convertida em energia interna, passando depois à energia potencial e cinética. Portanto, a energia envolvida nos movimentos da atmosfera e oceanos, é, a longo prazo, ininterruptamente derivada da radiação solar. Acrescenta-se, ainda, que a radiação emitida pelo sistema terra-atmosfera para o espaço exterior, em um longo período de tempo, está em balanço com a radiação absorvida pelo sistema. Essa energia se distribui entre os processos dinâmicos e radioativos e parcialmente retorna ao espaço sob a forma de energia radiante.

Dado que os comprimentos de onda da radiação emitida são função da temperatura do corpo emissor, a alta temperatura do sol ( $6000^{\circ}\text{K}$ ) faz com que a radiação solar seja predominantemente constituída por comprimentos de ondas curtos ( $<4\ \mu\text{m}$ ). Por outro lado, as temperaturas das nuvens, da superfície da Terra e da atmosfera, não diferindo muito de  $300^{\circ}\text{K}$ , colocam a radiação terrestre dentro da região de ondas longas ( $>4\ \mu\text{m}$ ) do espectro, principalmente. Por essa razão, a radiação solar e terrestre são, por conveniência, tratadas separadamente.

Em média, a radiação solar recebida pelo sistema terra atmosfera é máxima na região equatorial e decresce no sentido dos polos, resultando em excesso de radiação absorvida nas latitudes baixas e escassez nas latitudes altas. Portanto, pode-se dizer grosseiramente que as regiões de baixas latitudes constituem uma fonte de energia, enquanto as de latitudes altas, um sumidouro. A distribuição vertical de radiação também mostra uma fonte de energia nas proximidades da superfície da Terra, e um sumidouro nos altos níveis da atmosfera, situação essa que satisfaz a condição para a operação de uma máquina térmica. A distribuição e magnitude dessas fontes e sumidouros de energia variam consideravelmente no tempo e no espaço e introduzem, como consequência, modificações nos movimentos atmosféricos e na distribuição de temperatura, nebulosidade, etc.

Segundo Goody<sup>15</sup> (1964), idealmente, todas as profundidades da

atmosfera poderiam ser previstas a partir de modelos físicos, sujeitos a condições de contorno de um dado fluxo de radiação.

Vários estudos têm sido efetuados, visando a incorporação dos processos radiativos nos modelos da atmosfera (Smagorinsky e outros<sup>29</sup>, 1965; Manabe e outros<sup>19</sup>, 1965; Sasamori<sup>28</sup>, 1968; Danard<sup>9</sup>, 1969).

Os processos de transferência de energia radiante na atmosfera têm sido estudados por vários autores. Uma abordagem de diversas técnicas de tratamento da transferência de energia radiante é apresentada no trabalho de Brunt<sup>5</sup> (1941). Contudo, vários detalhes desses processos ainda não foram completamente esclarecidos. Goody<sup>15</sup> (1964) apresenta uma descrição detalhada de vários trabalhos sobre processos de transferência de radiação na atmosfera. Nesta descrição, pode-se constatar um grande processo em vários aspectos do problema.

Diversos métodos têm sido propostos para a determinação dos fluxos de radiação na atmosfera. Angstrom<sup>1</sup> (1915), Brunt<sup>4</sup> (1932), Robitzsch<sup>25</sup> (1926) e outros, desenvolveram fórmulas empíricas que permitem estimar o fluxo de radiação terrestre, utilizando medidas de temperatura e pressão de vapor d'água. Procedimentos que utilizam diagramas foram sugeridos por Mugge e Moller<sup>20</sup> (1932), Elsasser<sup>12</sup> (1942), Yamamoto e Onishi<sup>35</sup> (1953) e outros. Métodos tabulares foram também desenvolvidos por Brunnenberg<sup>6</sup> (1946), Brooks<sup>2</sup> (1950) e Elsasser e Culbertson<sup>13</sup> (1960). Do lado experimental, sistemas de medidas diretas de radiação foram desenvolvidos por Gergen<sup>14</sup> (1956), Suomi e Kuhn<sup>32</sup> (1958), Kuhn e Suomi<sup>18</sup> (1965), Staley<sup>30</sup> (1965) e outros. Esses instrumentos são basicamente constituídos de um detector de radiação infravermelha, acoplado a um transmissor semelhante ao de radiossonda convencional. Todos esses métodos de medidas de fluxos de radiação nas camadas superiores da atmosfera fornecem bons resultados, mas consomem muito tempo, principalmente quando diversos níveis são analisados.

Um método de integração numérica da Equação de Transferência Radiativa, que apresenta um alto grau de precisão, foi proposto por Rodgers e Walshaw<sup>26</sup> (1966). Sua aplicação, porém, é dirigida especialmente para altitudes elevadas.

As dificuldades envolvidas no cálculo satisfatoriamente exato

da radiação na atmosfera foram apontadas por Plass e Warner<sup>21,22</sup>(1952a,b). Um dos grandes problemas do cálculo de transferência de radiação na atmosfera reside na dificuldade de se obterem dados suficientemente atualizados para efetuar os cálculos. Problemas adicionais surgem por várias razões: Cowling<sup>8</sup> (1950) mostrou que a pressão e a temperatura exercem uma influência significativa na absorção e emissão da radiação; Elsasser<sup>12</sup> (1942) e Rodgers<sup>27</sup> (1967) mostram que a transmissividade e emissividade dependem significativamente da pressão, da temperatura, do comprimento da onda e do meio absorvente. Acrescente que, embora o vapor d'água seja o principal absorvente de radiação terrestre em determinados intervalos do espectro, outros componentes atmosféricos tais como dióxido de carbono e ozônio também são importantes. Um outro obstáculo é decorrente da complexidade do espectro dos gases que compõem a atmosfera. Os modelos de transferência de radiação infravermelha até agora elaborados baseiam-se em especificações demasiadamente simplificadas para a transmissão nas diferentes regiões espectrais e, por isso, propriedades radiativas importantes podem ser superestimadas ou distorcidas. Por outro lado, se o modelo for mais sofisticado não poderá ser aplicado numa rotina que envolva uma grande quantidade de dados. Em geral, a complexidade de um modelo está relacionada com a resolução dos dados termodinâmicos da atmosfera que são utilizados.

Tendo em vista sua simplicidade e versatilidade, espera-se que este método seja de grande utilidade, principalmente em problemas que envolvem uma grande massa de dados termodinâmicos da atmosfera.

## **2. EQUAÇÕES BÁSICAS**

O presente método de cálculo da transferência radiativa baseia-se nas leis fundamentais da radiação, as quais foram particularizadas para serem utilizadas na atmosfera terrestre. A seguir, será apresentada de forma sucinta, a derivação das equações usadas nos cálculos dos fluxos de radiação infravermelha devido aos efeitos do vapor d'água na atmosfera.

## 2.1. Fluxo de Radiação

Na elaboração do presente método foram consideradas as seguintes suposições:

- a) uma atmosfera estratificada plana paralela;
- b) uma função fonte de radiação ( $J$ ) isotrópica, em uma atmosfera homogênea;
- c) o coeficiente de absorção e a temperatura são funções somente da coordenada vertical ( $z$ ).

Utilizando as leis básicas e as suposições acima, pode-se obter a seguinte expressão para a equação da transferência de radiação monocromática na atmosfera, também conhecida como equação de Schwarzschild (veja Goody<sup>15</sup>, 1964):

$$dI_{\lambda} = \rho K_{\lambda} (I_{\lambda} - J_{\lambda}) ds$$

onde:

- $I_{\lambda}$  - intensidade monocromática da radiação,
- $K_{\lambda}$  - coeficiente monocromático de absorção de radiação,
- $\lambda$  - comprimento de onda,
- $ds$  - trajetória de absorção percorrida pela radiação,
- $\rho$  - densidade do gás na camada  $ds$ ,
- $J_{\lambda}$  - função fonte para o comprimento de onda " $\lambda$ ".

De acordo com Chandrasekhar<sup>7</sup> (1960), a função fonte é definida como a razão entre os coeficientes de emissão e absorção.

A função fonte depende dos níveis de energia, populados por colisões de moléculas, na atmosfera. Se o tempo de relaxação das moléculas é muito menor que o tempo de vida natural do primeiro estado de excitação da molécula, a frequência de transições, causadas por colisões, grandemente excede àquelas provocadas por processos radiativos, estabelecendo-se o equilíbrio termodinâmico. Sob essas circunstâncias, pode-se consi-

derar que a função fonte é igual à função de Planck ( $I_{\lambda b}$ ). Esta é a mais importante implicação da lei de Kirchhoff. Acima da alta estratosfera existe um número muito pequeno de moléculas de vapor d'água. Para a atmosfera terrestre a lei de Kirchhoff é válida até aproximadamente 50 Km, conseqüentemente é aplicável para todos os níveis onde o vapor d'água é importante.

A equação (2.1) pode, então, ser escrita na seguinte forma aproximada e adequada à aplicação em problemas na atmosfera:

$$dI_{\lambda} = \rho K_{\lambda} \{ I_{\lambda} - I_{\lambda b}(T) \} ds \quad (2.2)$$

onde:

$I_{\lambda b}(T)$  - intensidade monocromática de emissão de um corpo negro.

Por conveniência " $ds$ ", na equação (2.1), é expresso em termos da profundidade ótica " $du$ ", ou seja:

$$ds = \sec \theta du \quad (2.3)$$

onde:

$\theta$  - ângulo zenite, e

$du$  - é o elemento de massa de material absorvente, por centímetro quadrado na coluna vertical através da camada, também conhecido como "profundidade ótica".

A equação (2.2) pode então ser escrita na forma:

$$dI_{\lambda} = -K_{\lambda} \{ I_{\lambda} - I_{\lambda b}(T) \} \sec \theta du \quad (2.4)$$

A absorção de radiação pelo vapor d'água na atmosfera; influenciada pelas variações nas larguras das linhas de absorção. Os fatores mais importantes, que afetam a meia-largura ( $a$ ) das linhas de absorção, são:

- a) efeito de alargamento devido à pressão, ou efeito de Lorentz;
- b) efeito de alargamento de Doppler.

0. efeito de alargamento de Doppler é provocado pelo movimento

das moléculas radiantes, que se aproximam ou se afastam do observador. Segundo Goody<sup>15</sup> (1964), esse efeito pode ser desprezado na troposfera.

O efeito de alargamento da pressão, ou efeito de Lorentz, é causado pelos impactos que as moléculas radiantes sofrem devido a colisões com outras moléculas. Consequentemente, o parâmetro " $\alpha$ " é proporcional ao número de impactos. Da teoria cinética dos gases, tem-se que o número de impactos é proporcional à pressão e inversamente proporcional à raiz quadrada da temperatura absoluta. Logo, o parâmetro " $\alpha$ " pode ser dado em função das condições de pressão e temperatura padrões, ou seja:

$$\alpha = \alpha_p \left(\frac{P}{P_p}\right)^n \left(\frac{T}{T_p}\right)^{1/2} \quad (2.5)$$

onde:

$$n = 1$$

$P_p$  - valor da pressão atmosférica padrão ( $P_p = 1013,25$  mb)

$T_p$  - valor da temperatura padrão ( $T_p = 273,16$  °K)

$\alpha_p$  - valor de  $\alpha$  sob as condições padrões de pressão e temperatura.

As variações de temperatura na atmosfera são consideravelmente menores que as variações de pressão; por isso, o termo envolvendo a raiz quadrada da temperatura é aproximadamente igual à unidade. Logo a expressão (2.6) torna-se:

$$\alpha \approx \alpha_p \left(\frac{P}{P_p}\right)^n, \quad n = 1 \quad (2.6)$$

Segundo Cowling<sup>8</sup> (1950), a correção linear de " $\alpha$ " na equação (2.6) é questionável. Infelizmente não existe nenhuma estimativa precisa de erros, além daquelas baseadas na comparação dos resultados de cálculos de fluxos utilizando os fatores de correção  $(P/P_p)^1$  e  $(P/P_p)^{1/2}$ . De acordo com Houghton<sup>16</sup> (1954), o uso de uma correção linear causa uma diferença de cerca de três por cento na computação do fluxo de radiação líquido no topo da atmosfera. Ao invés de se usar  $n = 1$ , é usado neste trabalho a correção devido a Elsasser<sup>12</sup> (1942),

$$\left(\frac{P}{P_0}\right)^n \text{ com } n = 1/2 .$$

De acordo com o modelo de Elsasser<sup>12</sup> (1942), o coeficiente generalizado de absorção  $|\ell_\lambda|$  é definido por

$$\ell_\lambda = 2\pi \frac{\alpha\Gamma}{d^2} \quad (2.7)$$

onde:

$\Gamma$  - intensidade da linha de absorção, e  
 $d$  - distância entre as linhas de absorção.

Substituindo a equação (2.7) em (2.5), tem-se:

$$\ell_\lambda = \left(\frac{P}{P_0}\right)^n \ell_{\lambda p} , n = 1/2 \quad (2.8)$$

onde  $R_{\lambda p}$  é o valor do coeficiente generalizado de absorção sob as condições padrões de pressão e temperatura.

A profundidade Ótica ( $u^*$ ) de uma camada de espessura  $A_p$  pode ser expressa pela relação:

$$\Delta u^* = \frac{1000}{g} \bar{q} \Delta p \quad (2.9)$$

onde:

$g$  - aceleração devido à gravidade, e  
 $\bar{q}$  - umidade específica média da camada  $A_p$ .

Da equação (2.8), pode-se obter a seguinte expressão para o produto  $\ell_{\lambda p} \cdot u$ :

$$R_A \Delta u^* = (\ell_{\lambda p} \sqrt{\frac{\bar{P}}{P_0}}) \Delta u^* = \ell_{\lambda p} \Delta u$$

onde:

$$\Delta u = \sqrt{\frac{\bar{P}}{P_0}} \Delta u^* \quad (2.10)$$

Combinando as equações (2.9) e (2.10), obtém-se a seguinte ex-

pressão para a profundidade ótica corrigida, utilizando neste trabalho, para a  $i$ -ésima camada:

$$\Delta_i u = \frac{1000}{g} \sqrt{\frac{P_i}{P}} \bar{q}_i \Delta_i p. \quad (2.11)$$

A transmissividade de intensidade para radiação monocromática é definida como:

$$\tau_I(u_1, u_2) = \exp \left| \int_{u_1}^{u_2} -K_\lambda \sec \theta du \right| \quad (2.12)$$

As medidas de absorção feitas em laboratórios geralmente lidam com um absorvente de cada vez, embora haja intervalos em que as bandas de absorção dos diferentes gases se sobrepõem. Mas, segundo Davis <sup>10</sup> (1963), os coeficientes de absorção podem ser considerados independentes, isto é:

$$K_\lambda = (K_\lambda)_{H_2O} + (K_\lambda)_{CO_2}, \quad (2.13)$$

A transmissividade para os intervalos, onde as bandas de absorção de dois absorventes se sobrepõem, pode ser dada por:

$$\tau_I(z_1, z_2) = \tau_I(u_1, u_2) \tau_I(u_1^-, u_2^-) \quad (2.14)$$

onde

$u_1$  e  $u_2$  são as profundidades Óticas para o vapor d'água entre os níveis  $z_1$  e  $z_2$  respectivamente,

$u_1^-$  e  $u_2^-$  são as profundidades Óticas para o dióxido de carbono, para os mesmos níveis.

Na baixa troposfera, as principais substâncias absorventes da radiação infravermelha são o vapor d'água e o dióxido de carbono e segundo Elsasser <sup>12</sup> (1942), pode-se admitir que o dióxido de carbono absorve e emite completamente, na banda de 15  $\mu$ m. Porém a contribuição do dióxido de carbono não será considerada neste modelo.

A emissividade de intensidade  $|\epsilon_T(u, T)|$ , para uma coluna isotérmica de um gás irradiante, é definida como a razão entre a radiação to-

tal emitida pela coluna e a radiação total emitida por um corpo negro  $\tilde{\epsilon}$  temperatura da coluna, ou seja:

$$\epsilon_F(u, T) = \pi \sigma^{-1} T^{-4} \int_0^{\infty} |1 - \tau_F(u, T)| I_{\lambda B} d\lambda \quad (2.15)$$

onde  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann para fluxo.

A emissividade de fluxo  $|\epsilon_F(u, T)|$  de uma coluna, para todos os comprimentos de onda, é definida como a razão do fluxo emitido pela coluna e o fluxo total emitido pelo corpo negro,  $\tilde{\epsilon}$  temperatura da coluna; assim:

$$\epsilon_F(u, T) = \int_0^1 \epsilon_I(u, T) d(\text{sen}^2 \theta). \quad (2.16)$$

A transmissividade de fluxo,  $\tau_F(u, T)$ , de uma coluna é definida de forma análoga à emissividade de fluxo e pode ser expressa pela relação

$$\tau_F(u, T) = 2 \int_0^{\pi/2} \text{sen } \theta \cos \theta \exp \left| \int_{u_2}^{u_1} -K_\lambda \sec \theta du \right| d\theta \quad (2.17)$$

que pode ser reduzida para

$$\tau_F(u, T) = 2H_3(K_\lambda u) \quad (2.18)$$

onde:

$$H_n(x) = \int_1^{\infty} e^{-x\xi} \xi^{-n} d\xi \quad \text{é conhecida como função de Gold de ordem } n, \text{ cujos valores para diferentes } K_\lambda u \text{ foram calculados por Elsasser (1942).}$$

Derivando a expressão (2.18), com respeito à profundidade Ótica e convertendo a função de Gold de terceira ordem para outra de segunda ordem, obtém-se;

$$\frac{\partial \tau_F(u, T)}{\partial u} = -2K_\lambda H_2(K_\lambda u) \quad (2.19)$$

Para a derivação das expressões dos fluxos de radiação, em um nível de referência, vamos considerar as seguintes condições de contorno:

a) a superfície da terra, à temperatura " $T_s$ ", emite como um corpo negro, assim:

$$I_{\lambda} \uparrow = I_{\lambda b}(T_s) \quad \text{para} \quad u = u_s \quad \text{e} \quad (2.20)$$

b) no topo da atmosfera, a radiação infravermelha descendente do espaço exterior é nula, ou seja:

$$I \downarrow = 0 \quad \text{para} \quad u = u_f. \quad (2.21)$$

A procedência da radiação é indicada pela orientação das setas.

Usando as condições de contorno citadas anteriormente, e, considerando que a radiação será atenuada de acordo com a Lei de Beer, poderemos integrar a equação (2.4) com relação aos ângulos zenite e azimute, ao comprimento de onda e à profundidade ótica, obtendo as seguintes expressões para os fluxos de radiação  $F(u)$  recebidos em um nível de referência:

$$F(u) \downarrow = \Pi \int_0^{\infty} \int_{u_r}^{u_t} I_{\lambda b} \frac{\partial \tau_f(u, T)}{\partial u} d\lambda du \quad (2.22)$$

$$F(u_r) \uparrow = \Pi I_{\lambda b}(T_s) \tau_f(0, u_r) + \Pi \int_0^{\infty} \int_{u_s}^{u_r} I_{\lambda b} \frac{\partial \tau_f(u, T)}{\partial u} d\lambda du \quad (2.23)$$

onde:

$u_t$  e  $u_r$  referem-se à profundidade ótica no topo da atmosfera e no nível de referência respectivamente, sendo a profundidade Ótica na superfície da terra " $u_s$ " igual a infinito.

Das equações (2.22) e (2.23) acima, verifica-se que a radiação infravermelha, que chega a um nível da atmosfera, ou seja em um "nível de referência", depende da absorção e emissão de radiação nas várias camadas da atmosfera.

Uma ilustração da forma segundo a qual um elemento de profundidade ótica " $du$ ", com um ângulo zenite " $\theta$ ", contribui para o fluxo de radiação  $dF(u, \theta)$ , em um nível de referências, é apresentada na Figura 2.1.

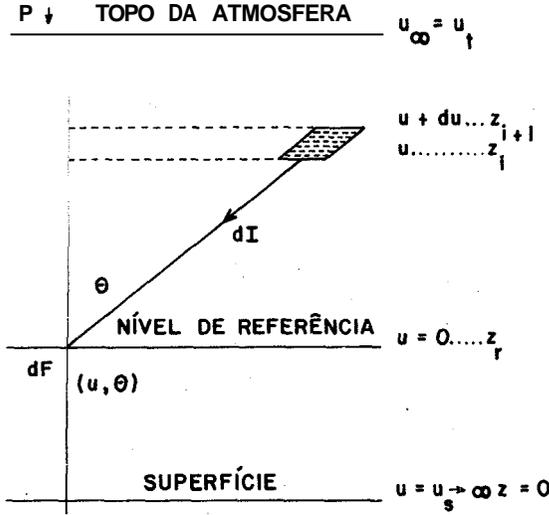


Fig.2.1 - Contribuição de um elemento de profundidade ótica "du" com um ângulo zenite "theta" para o fluxo de radiação "dF(u, theta)" no nível de referência "z".

Usando a equação (2.15) e (2.16) e considerando uma camada isotérmica, pode-se escrever a seguinte expressão para a derivada de  $\epsilon_f(u, T)$  com relação a  $u$ :

$$\frac{\partial \epsilon_f}{\partial u}(u, T) = - \frac{\pi}{\sigma T^4} \int_0^\infty \left| \frac{\partial \tau_f(u)}{\partial u} \right| I_{\lambda b} d\lambda. \quad (2.24)$$

Combinando as equações (2.22), (2.23) e (2.24), tem-se:

$$F(u, T) \uparrow = \int_{u_t}^{u_r} \sigma T^4 \left| \frac{\partial \epsilon_f(u)}{\partial u} \right| du \quad (2.25)$$

$$F(u, T) \uparrow = \sigma T_s^4 \left( 1 - \int_{u_s}^{u_r} \frac{\partial \epsilon_f(u)}{\partial u} du \right) + \int_{u_s}^{u_r} \sigma T^4 \frac{\partial \epsilon_f(u)}{\partial u} du .$$

Estas são as expressões, convertidas em diferenças finitas, podem ser utilizadas para os cálculos dos fluxos de radiação infravermelha.

### 3. CALCULO DA TAXA DE VARIAÇÃO LOCAL DE TEMPERATURA

Os métodos usados para o cálculo da taxa de variação local de temperatura (TVLT), devido aos efeitos da radiação infravermelha na atmosfera, são, normalmente, baseados em versões simplificadas do espectro do vapor d'água e destinam-se ao cálculo desse parâmetro em camadas da atmosfera. Com o objetivo de evitar suposições simplificadoras da natureza do vapor d'água, resolveu-se desenvolver, neste trabalho, um método baseado no método tabular de Brooks<sup>2</sup> (1950), o qual apresenta também a vantagem de fornecer indicações da TVLT em cada nível desejado.

Derivando a equação (2.25), com relação à profundidade ótica e à temperatura, e supondo que emissividade não depende da temperatura, obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{\partial^2 F_{\downarrow}}{\partial T \partial u} = \frac{\partial \epsilon_f(u)}{\partial u} \cdot \frac{\partial (\sigma T^4)}{\partial T} \quad (3.1)$$

O fluxo líquido descendente ( $F_{LD}$ ), através do topo e da base de uma camada " $\Delta_i P$ ", mostrado na Figura 3.1, pode ser expresso por:

$$F_{LD}^{\downarrow} = \int_{u=u_T}^{u=u_t} \left\{ \frac{\partial F_B^{\downarrow}}{\partial u} - \frac{\partial F_T^{\downarrow}}{\partial u} \right\} du + \int_{u_T}^{u_B} \frac{\partial F_B^{\downarrow}}{\partial u} du \quad (3.2)$$

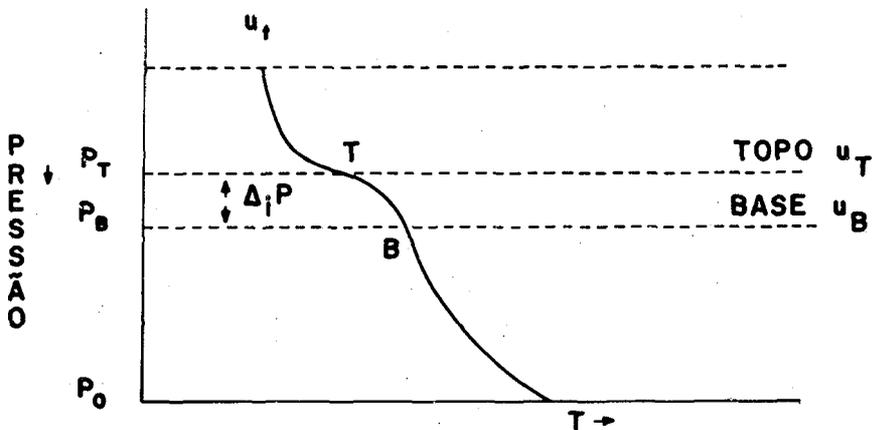


Fig.3.1 - Distribuição Vertical de Temperatura na Atmosfera.

Bruinenberg<sup>6</sup> (1946), demonstrou que o segundo termo à direita, da equação acima, pode ser aproximado para

$$\frac{\partial F_B \downarrow}{\partial u} du \approx \frac{\partial F_E \downarrow}{\partial u} \quad (3.3)$$

onde

$\frac{\partial F_E \downarrow}{\partial u}$  é o valor de  $\frac{\partial F_P \downarrow}{\partial u}$  calculado no topo da atmosfera, ou seja, no limite superior da substância radiante.

Para pequenas variações de temperatura entre o topo e a base da camada  $\Delta_z P$ , a equação (3,2) pode ser escrita como:

$$F_{LD} \downarrow = \left\{ \int_{T(u=u_T)}^{T(u=u_t)} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial u} \right\} \downarrow dT \right\} \Delta u + \frac{\partial F_E}{\partial u} \Delta u \quad (3.4)$$

O fluxo líquido ascendente  $F_{LA}$  através da base e do topo da camada  $\Delta_z P$ , pode ser derivado de forma análoga ao fluxo líquido descendente e é expresso por:

$$F_{LA} \uparrow = \left\{ \int_{T(u=u_B)}^{T(u=u_s)} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial u} \right\} \uparrow dT \right\} du \quad (3.5)$$

A superfície da terra é suposta ser um corpo negro, portanto, pode ser tratada como uma camada de espessura infinita ( $u_s = \infty$ ) de vapor d'água a uma temperatura uniforme.

A NLT devido à divergência dos fluxos das equações (3.4) e (3.5) pode, então ser escrita como:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{g}{C_p} \frac{\partial u}{\partial p} \left\{ \int_{T(u_r)}^{T(u_t)} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial u} \right\} \downarrow dT + \frac{\partial F_E}{\partial u} - \int_{T(u_r)}^{T(u_s)} \left\{ \frac{\partial^2 F}{\partial T \partial u} \right\} \uparrow dT \right\} \quad (3.6)$$

onde:

$C_p$  - calor específico a pressão constante

$q$  - unidade específica do ar, que aqui é expressa em grama /grama

$T(u_t)$ ,  $T(u_p)$  e  $T(u_s)$  - referem-se à temperatura no limite superior da substância radiante, no nível de referência e na superfície da Terra, respectivamente.

Substituindo as equações (2.3) e (3.1) na expressão (3.6) acima, obtém-se:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{q}{C_p} \left( \frac{P}{P_p} \right)^{1/2} \left| \int_{u=0}^{u_t} \left\{ \frac{\partial \epsilon_f(u)}{\partial u} \frac{\partial (\sigma T^4)}{\partial u} \right\} + du + \right.$$

$$\left. \sigma T_E^4 \left( \frac{\partial \epsilon_f(u)}{\partial u} \right)_E - \int_{u=0}^{u=\infty} \left\{ \frac{\partial \epsilon_f(u)}{\partial u} \frac{\partial (\sigma T^4)}{\partial u} \right\} + du \right|. \quad (3.7)$$

Esta expressão, convertida em diferenças finitas, pode ser utilizada no cálculo da taxa de variação local de temperatura.

#### 4. EMISSIVIDADE DO VAPOR D'ÁGUA

Neste capítulo, serão tratados os detalhes da determinação da emissividade de fluxo de radiação do vapor d'água e de suas aplicações nos cálculos de radiação. A emissividade de fluxo tem sido amplamente usada por vários autores nos cálculos dos FRI e TVLT na atmosfera.

A emissividade de fluxo não é somente função da profundidade óptica, mas também depende da pressão e da temperatura. Mas, uma vez que a pressão e a temperatura aparecem como produto na expressão do coeficiente de absorção de um gás, os seus efeitos podem ser introduzidos na profundidade óptica.

Devido à extrema complexidade das equações que expressam a transferência radiativa, nas bandas moleculares, a emissividade de fluxo

do vapor d'água será aproximada pela relação:

$$\epsilon_f(u) = F(u, T) / \sigma T^4 \quad (4.1)$$

A equação (4.i) pode ainda ser expressa em termos de transmissividade, analogamente à equação (2.24) :

$$\epsilon_f(u) = 1 - \frac{\int I_{\lambda b}(T) \cdot \tau_f(\lambda, u) \cdot d\lambda}{\sigma T^4}$$

Segundo Yamamoto<sup>34</sup> (1952), o termo  $|1 - \epsilon_f(u)|$  é um valor médio ponderado de  $\tau_f$ , com  $I_{\lambda b}(T)$  atuando como função peso, enquanto que, no caso de  $\tau_f(u)$ , a função peso é  $dI_{\lambda b}(T)/dT$ . Já Robinson<sup>23, 24</sup> (1947, 1950) e Deacon<sup>11</sup> (1950) consideram que  $\tau_f$  é independente da temperatura mas, mesmo com esta suposição,  $|1 - \epsilon_f|$  não pode ser considerado igual a  $\tau_f$ . Entretanto, os erros advindos desta aproximação são bastante pequenos. Brooks<sup>2</sup> (1950) usou os dados da emissividade de fluxo na construção de suas tabelas sem considerar as distinções acima. Zdunkowski e Johnson<sup>36</sup> (1965) e outros também consideraram a igualdade de  $\tau_f$  com  $|1 - \epsilon_f|$ .

A maior absorção parcial de vapor d'água está associada com a banda de rotação, absorção esta que aumenta consideravelmente com o declínio da temperatura, enquanto que a emissividade parcial, associada às bandas de absorção centradas em 6,3  $\mu\text{m}$  e na janela, é menor e decresce com o declínio de temperaturas (veja a Tabela 1 de Staley e Jurica<sup>31</sup> (1970)). Pode-se notar, perfeitamente, a pequena influência da temperatura, especialmente no intervalo de  $-40^\circ\text{C}$  a  $20^\circ\text{C}$ . Consequentemente, pode-se considerar a emissividade como independente da temperatura nessas três regiões do espectro. Yamamoto<sup>34</sup> (1952) também julgou que essa dependência era bastante pequena para temperaturas normalmente encontradas na troposfera. Todavia, a emissividade total de fluxo varia consideravelmente com a profundidade ótica, para valores de  $u$  maiores que  $1 \text{ g/cm}^2$ , devido à emissão na janela (ver Figura 4.1).

Não existem medidas de emissividade, obtidas em laboratórios, para grandes valores de profundidade ótica. Entretanto, Brooks<sup>3</sup> (1941) e Robinson<sup>23</sup> (1947) obtiveram curvas de emissividade versus profundidade Ótica através de observações da radiação descendente na atmosfera. Neste

caso, o meio absorvente era formado pela mistura de vapor d'água e dióxido de carbono. Esses resultados, entretanto, são ainda incertos para altos valores de profundidade ótica, para os quais a absorção no intervalo relativamente transparente de 8 a 13  $\mu\text{m}$  é importante.

Pequenos valores de profundidade ótica são importantes somente quando se calculam fluxos descendentes na alta troposfera e na estratosfera, pois esses valores estão associados a uma pressão suficientemente baixa para produzir uma forte absorção nos centros das linhas. É por esta razão que a emissividade é expressa proporcionalmente a " $u$ "<sup>1/2</sup>" em vez de " $u$ ", para pequenos valores de " $u$ ", (Goody<sup>15</sup> (1964)).

Nos cálculos da trajetória de absorção reduzida, realizados por Robinson<sup>23</sup> (1947), foi aplicada a correção para a pressão, devido a Elsasser, a qual causa uma superestimação dessa trajetória. Segundo Goody<sup>15</sup> (1964), é difícil determinar a precisão deste tipo de escala. Entretanto,

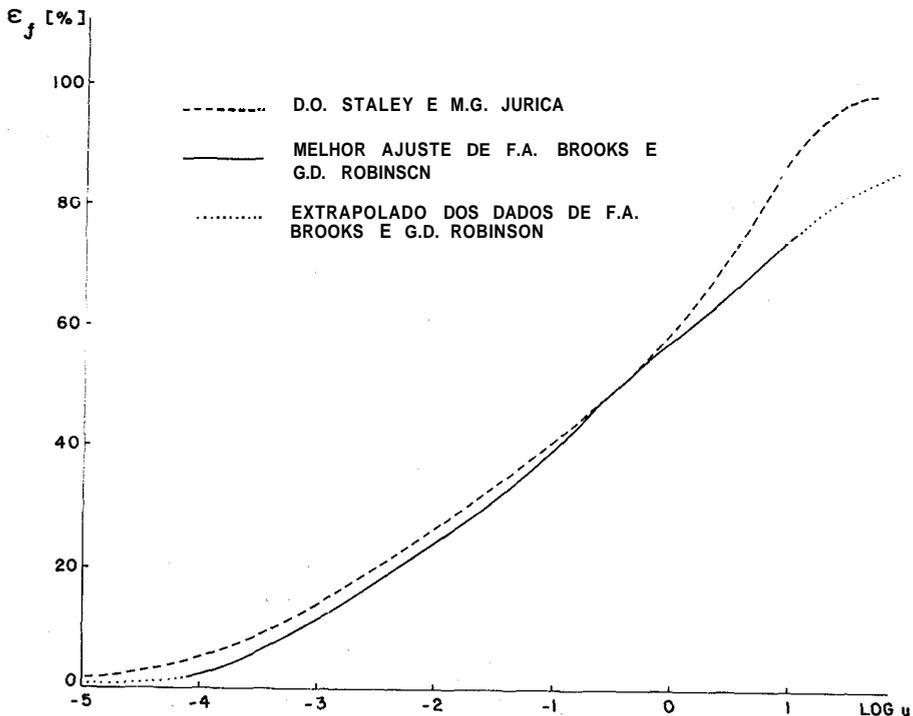


Fig.4.1 - Emissividade total de *fluxo* ao vapor d'água em função da profundidade ótica.

a diferença é tão pequena que pode-se dizer que a emissividade de fluxo calculada concorda aproximadamente com as observações de Robinson.

Os erros associados às correções de pressão são pequenos quando a pressão do nível de referência é próxima ao nível de pressão padrão (1 000 mb), e grandes para valores baixos de pressão. Na baixa troposfera, os erros nos cálculos de fluxo associados às correções de pressão, provavelmente, não são maiores que aqueles devidos a imprecisões nas medidas dos dados básicos de absorção.

Segundo Robinson<sup>23,24</sup> (1947,1950) e Kuhn<sup>17</sup> (1963), para evitar maiores erros na determinação dos fluxos, é mais conveniente usar a emissividade de fluxo derivada de medidas feitas na atmosfera, do que aquela derivada de dados de transmissão obtidos em laboratório. Contudo, os métodos para medidas de fluxo e de umidade, especialmente aqueles que se utilizam de balões, são demasiadamente inexatos. Assim sendo, não é possível distinguir entre os erros das medidas e os erros introduzidos por aproximações na emissividade de fluxo. No presente trabalho, foram utilizados os dados de emissividade de fluxo de vapor d'água publicados por Brooks<sup>2</sup> (1950) e Staley e Jurica<sup>31</sup> (1970).

Os valores da emissividade de fluxo, publicados por Brooks<sup>2</sup> (1950) e mostrados na Tabela 4.1, foram baseados parcialmente em medidas de laboratório, e suplementados por dados obtidos em medidas do fluxo descendente à superfície da terra. Recentemente, Staley e Jurica<sup>31</sup> (1970) publicaram uma tabela com dados de emissividade total de fluxo do vapor d'água. Esses resultados, também apresentados na Tabela 4.1, foram obtidos usando os mesmos comprimentos de onda, dependência de temperatura, coeficiente generalizado de absorção e transmissividade de fluxo estabelecidos por Elsasser. A pequena discrepância nos valores obtidos por Brooks e Staley e Jurica, provavelmente é devida às seguintes causas:

- a) diferenças nos limites dos números de ondas;
- b) diferenças de exatidão dos dados de absorção, os quais foram extraídos de diferentes fontes.

As medições de  $\epsilon_f$  de Staley e Jurica<sup>31</sup> (1970) apresentam uma melhor resolução na dependência de  $\epsilon_f$  com a profundidade Ótica (vide Figura

4.1) do que as obtidas anteriormente por Brooks e Robinson. Isto facilitará a localização das discrepâncias nos dados básicos de absorção e seu tratamento posterior utilizando outros métodos de cálculos.

Os dados de emissividade de fluxo, apresentados na Tabela 4.1, podem ser usados na integração da equação da transferência para efetuar os cálculos dos fluxos de radiação e taxa de variação local de temperatura.

TABELA 4.1

EMISSIVIDADE TOTAL DE FLUXO PARA VAPOR D'ÁGUA (POR  
CENTO)

P. ÓTICA		EMISSIVIDADE (%)	
$u(\text{g}\cdot\text{cm}^{-2})$	$\text{LOG}_{10}(u)$	BROOKS ROBINSON	STALEY JURICA
0,00001	- 5,000	00,30*	01,96
0,00002	- 4,700	00,45*	02,62
0,00005	- 4,300	01,43*	04,09
0,00010	- 4,000	02,85*	05,65
0,00020	- 3,700	05,00*	07,68
0,00050	- 3,300	08,35*	11,20
0,00100	- 3,000	11,55	14,30
0,00200	- 2,700	15,32	18,00
0,00500	- 2,300	20,50	23,20
0,00700	- 2,155	22,49	24,90*
0,01000	- 2,000	24,56	27,30
0,02000	- 1,700	28,81	31,60
0,05000	- 1,300	34,70	37,30
0,07000	- 1,155	37,00	40,25*
0,10000	- 1,000	39,59	41,80
0,20000	- 0,700	44,79	46,50
0,50000	- 0,300	51,93	53,60
1,00000	0,000	57,52	60,00
2,00000	0,300	63,08	67,70
5,00000	0,700	70,20	79,90
7,00000	0,845	72,72	84,30*
10,00000	1,000	75,40	88,80
20,00000	1,300	82,62*	95,40
23,00000	1,700	87,83*	98,70

\* dados interpolados ou extrapolados

## 5. CÁLCULO DOS PARÂMETROS AUXILIARES

Vários parâmetros auxiliares são utilizados nos cálculos dos fluxos de radiação infravermelha (FRI) e da taxa de variação local de temperatura (TVLT).

- a) parâmetros termodinâmicos derivados de dados coletados por radiossonda;
- b) derivada da emissividade de fluxo, com relação à profundidade Ótica.

### 5.1. Cálculo dos parâmetros termodinâmicos derivados

Os cálculos dos FRI e TVLT exigem o conhecimento de vários parâmetros que são derivados dos dados de pressão atmosférica, temperatura e umidade do ar, os quais são coletados através de observações por radiossonda.

As expressões utilizadas nos cálculos dos parâmetros termodinâmicos (pressão de saturação de vapor, pressão de vapor e umidade específica) são aquelas especificadas nas "International Meteorological Tables" (WMO<sup>33</sup> 1966), e são omitidas.

### 5.2. Cálculo da derivada da emissividade de fluxo com relação à profundidade ótica

As integrações das Equações (2.26), (2.27) e (3.8), não requerem o conhecimento de  $\epsilon_f$  mas somente da sua derivada com relação à profundidade Ótica,  $\epsilon_f'(u)$ . Portanto, uma tabela de  $\epsilon_f'(u)$  deve ser armazenada na memória do computador para uso nas equações.

#### 5.2.1. Método usado para o cálculo da derivada da emissividade de fluxo com respeito à profundidade ótica

A determinação da derivada da emissividade de fluxo com relação à profundidade Ótica pode ser feita através do uso de diferenças finitas centradas.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\mathbf{f}}^{\sim}(u) &\approx \frac{\Delta \varepsilon_{\mathbf{f}}(u)}{\Delta u} \\ &\approx \frac{E(u_j + \Delta u) - E_{\mathbf{f}}(u_j - \Delta u)}{2\Delta u} \end{aligned} \quad (5.1)$$

onde  $E_{\mathbf{f}}(u_j)$  são valores interpolados e

$\Delta u$  é o espaçamento entre os pontos.

O erro de truncamento ( $ET$ ), introduzido nos cálculos de  $\varepsilon_{\mathbf{f}}^{\sim}(u)$  pela utilização das diferenças finitas centradas, é dado por:

$$ET = \left| \frac{(\Delta u)^2}{6} \varepsilon_{\mathbf{f}}^{''''}(\zeta) \right| \quad (5.2)$$

onde:

$$u_j - \Delta u \leq \zeta \leq u_j + \Delta u.$$

Da expressão (5.2), verifica-se que o erro de truncamento é proporcional ao quadrado do espaçamento entre os pontos e à derivada terceira de  $E_{\mathbf{f}}$  com relação a " $u$ ", no intervalo  $(u_j - \Delta u, u_j + \Delta u)$ . Consequentemente, esse erro pode ser desprezado nos intervalos onde a função  $E_{\mathbf{f}}(u)$  apresenta pouca variação, ou quando  $\Delta u$  é pequeno. Levando em consideração os dois efeitos acima, isto é, a curvatura e o espaçamento entre os pontos  $u_j$ , é possível fixar um valor máximo, previamente estabelecido, para o erro de truncamento introduzido na avaliação do FRI e da TVLT.

Os valores de  $\Delta u$  podem ser estabelecidos com base nas considerações acima, e os valores de  $E_{\mathbf{f}}(u_j)$  são interpolados.

Os valores de  $(\Delta \varepsilon_{\mathbf{f}}/\Delta u)_j$ , são armazenados em uma tabela que é usada na integração das equações (2.25), (2.26) e (3.8).

## 6. MÉTODO NUMÉRICO PARA CÁLCULO DOS FLUXOS DE RADIAÇÃO E DA TAXA DE VARIAÇÃO LOCAL DE TEMPERATURA

Os fluxos de radiação e a taxa de variação local de temperatura podem ser calculados através da integração das expressões (2.25), (2.26) e (3.7), com respeito à profundidade Ótica, utilizando o método de diferenças finitas. É uma boa aproximação supor a atmosfera estratificada com uma distribuição vertical arbitrária de profundidade ótica, temperatura e umidade relativa, ou seja supor que os parâmetros termodinâmicos são independentes das coordenadas horizontais, sendo função da altura somente. Nessas condições, pode-se substituir as integrais nas equações (2.25), (2.26) e (3.7) por um somatório, de tal forma que  $\partial\sigma T^4/\partial u$  possa ser considerado constante e igual a  $\partial\sigma T^4/\partial u$ . Segundo Brooks<sup>2</sup> (1950), o erro relativo, introduzido nos cálculos da TVLT por essa aproximação, é inferior a três por cento.

As equações (2.25), (2.26) e (3.7), expressas em diferenças finitas assumem as seguintes formas:

$$F(u) \downarrow = \sum_{i=1}^M (\overline{\sigma T^4})_i \left( \frac{\partial \overline{\epsilon_f}}{\partial u} \right)_i (\Delta u)_i \quad (6.1)$$

$$F(u) \uparrow = (\sigma T_s^4) \left| 1 - \sum_{i=1}^M \left( \frac{\partial \overline{\epsilon_f}}{\partial u} \right)_i (\Delta u)_i \right| - \sum_{i=1}^M (\overline{\sigma T^4})_i \left( \frac{\partial \overline{\epsilon_f}}{\partial u} \right)_i (\Delta u)_i \quad (6.2)$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial t} \right)_{\text{rad}} = \frac{g}{C_p} \left( \frac{P}{p} \right)^{1/2} \left| \sum_{n=1}^N \Delta(\sigma T^4)_n \left( \frac{\partial \overline{\epsilon_f}}{\partial u} \right)_n + (\sigma T^4)_E \left( \frac{\partial \overline{\epsilon_f}}{\partial u} \right)_E - \sum_{m=1}^M \Delta(\sigma T^4)_m \left( \frac{\partial \overline{\epsilon_f}}{\partial u} \right)_m \right| \quad (6.3)$$

A somatória com respeito a  $m$  refere-se às  $M$  camadas sucessivas desde a superfície do solo até o nível de referência, enquanto que aquelas com respeito a " $n$ " referem-se às  $N$  camadas sucessivas, acima do nível de referência.

## 7. CONCLUSÕES

Em virtude da aplicabilidade do presente método para o cálculo dos fluxos de radiação infravermelha e da taxa de variação local de temperatura em qualquer nível abaixo da baixa estratosfera, da versatilidade do esquema de integração e do acesso fácil aos parâmetros utilizados como entrada (pressão atmosférica, temperatura e umidade do ar); conclui-se que este método poderá ser de grande utilidade, principalmente em problemas que envolvem uma quantidade muito grande de dados meteorológicos.

Tendo em vista os efeitos da radiação no comportamento da atmosfera, este método poderá contribuir significativamente em atividades, tais como:

- a) incorporação dos efeitos da radiação infravermelha em modelos de circulação atmosférica;
- b) estudo da formação de intensas inversões de temperatura nas baixas camadas da atmosfera e formação de geadas;
- c) estudo do comportamento de inversões de temperatura sobre a dispersão de poluentes atmosféricos; e
- d) previsão de formação de geadas e nevoeiros.

Os resultados obtidos com esse método serão publicados em uma seção à parte.

Quero deixar meus agradecimentos ao Dr. Nelson de Jesus Parada, Diretor do INPE e Dr. Luiz Gylvan Meira Filho, Coordenador do Departamento de Meteorologia do INPE, pelo interesse e apoio.

## BIBLIOGRAFIA

1. Angstrom, "A study of the radiation of the atmosphere". *Smithsonian Misc. Coll.*, 65(3), (1915).
2. Brooks, D.L. "A tabular method for the computation of temperature change by infrared radiation in the free atmosphere". *J.Mt.*, 7, 312-321 (1950).
3. Brooks, F.A. *Observations of atmospheric radiation*. Massachusetts, Pap.

- Phys. Ocean. Meteor., Mass. Inst. Tech., 1941. (Woods Hole Ocan. Inst., V. 8, n<sup>o</sup> 2).
4. Brunt, D. "Notes on radiation in the atmosphere!" Quart. Jour. Roy. Met. Soc., 58, 339 (1932).
  5. Brunt, D. *Physical and dynamical meteorology*. London, Cambridge Univ. Press, 1941.
  6. Bruinenberg, A. *Een numerieke methode voor de bepaling van temperatuurs veranderingen door straling in der vrijeatmosfeer*. K.Ned.Meteor.Inst, Meded, 1946 (Bulletin, 1).
  7. Chandrasekhar, S. *Radiative transfer*. Oxford, Oxford University Press, 1960.
  8. Cowling, J.G. "Atmospheric observations of heat radiation by water vapour!" Phil. Mag., 41, 109-123 (1950).
  9. Danard, M.B. "A simple method of including longwave radiation in a tropospheric numerical prediction model!" *Mon.Wea.Rev.*, 97(1), 77-85 (1969).
  10. Davis, P.A. "An analysis of the atmospheric heat budget!" *J.Atmos.Sci.*, 20, 5-22 (1963).
  11. Deacon, E.L. *Australian J.Sci.Res.*, A.3, 274 (1950) (Refer. Yamamoto, G. On a Radiation Chart Sci. Rep., The Tohoku Univ. Ser., 5, Geophys, 4 9-23 (1952)).
  12. Elsasser, W.M. *Heat transfer by infrared radiation in the atmosphere*. Cambridge, Harvard University Press, 1942 (Harvard Meteorological Studie , 6).
  13. Elsasser, W.M.; Culbertson, M.F. "Atmospheric radiation tables." *Meteor. Monogr.*, 4(23), 43 (1960).
  14. Gergen, J.L. Black Ball: "A device for measuring atmospheric infrared radiation!" *Rev.Sci.Inst.*, 27, 453 (1956).
  15. Goody, R.M. *Atmospheric radiation*. Oxford, Clarendon Press, 1964, V. 1.
  16. Houghton, H.G. "On the annual heat balance of the northern hemisphere!" *J.Met.*, 11, 1-9 (1954).
  17. Kuhn, P.M. "Radiometer observations of infrared flux emissivity of water vapor!" *J.Appl.Met.*, 2, 368-378 (1963).
  18. Kuhn, P.M.; Suomi, V.E. "Airborne radiometer measurements of effects of particles on terrestrial flux!" *J.Appl.Met.*, 4, 246-252 (1965).
  19. Manabe, S.; Smagorinsky, J.; Strickler, R.F. "Simulated climatology of a general circulation model with a hydrological cycle!" *Mon.Wea.Rev.*, 93, 769-798 (1965).

20. Mugge, R.; Moller, F.; "Über Abkühlungen in der freien Atmosphäre infolge der langwelligen Strahlung des Wasserdampfes." *Meteor. Z.* 49, 95: 95-104, (1932).
21. Plass, G.N.; Warner, D. "Influence of line shift and asymmetry spectral lines on atmospheric heat transfer." *J. Met.*, 9, 333-339 (1952a).
22. Plass, G.N.; Warner, D. "Pressure broadening of absorption lines." *Phys. Rev.* 86, 138-139 (1952b).
23. Robinson, G.D. "Notes on the measurement and estimation of atmospheric radiation." *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 73, 127-150 (1947).
24. Robinson, G.D. "Notes on the measurement and estimation of atmospheric radiation-2." *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 76, 37-51 (1950).
25. Robitzsch, M. "Strahlungsstudien Ergebnisse," *Preussisches, Aero. Obs., Arbeiten* 15, 194 (1926).
26. Rodgers, C.D.; Walshaw, C.D. "The computation of infrared cooling rate in planetary atmospheres." *Quart. J. Met. Soc.*, 92 (391): 67-91 (1966).
27. Rodgers, C.D. "The use of the emissivity in atmospheric radiation calculations." *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 93 (395): 43-54 (1967).
28. Sasamori, J. "The radiative cooling calculation for application to general circulation experiments." *J. Appl. Met.*, 7, 721-729 (1968).
29. Smagorinsky, J. and Staff Members Prediction experiments with a general circulation model In: *Proceedings Inter. Symp. Dynamics of Large-scale processes, s.l., Moscow*, p. 70-137, 1965.
30. Staley, D.O. "Radiative cooling in the vicinity of inversion and the tropopause." *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 91. 389-391 (1965).
31. Staley, D.O.; Jurica, G.M. "Flux emissivity tables for water vapor carbon dioxide and ozone." *J. Appl. Met.*, 9, 365-372 (1970).
32. Suomi, V.E.; Kuhn, P.M. "An economical net radiometer." *Tellus*, 10, 190-193 (1958).
33. World Meteorological Organization *International Meteorological Tables*, WMO n° 188, TP-94, Geneva. Secretariat WMO, 1966. (WMO, 188, TP-94).
34. Yamamoto, G. "On a radiation chart." *Geophys.*, 4(1), 9-23 (1953) (Sci. Rep. of the Tohoku Univ., Series, 5).
35. Yamamoto, G.; Onishi, G. "A chart for the calculation of radiative temperature changes." *Geophys.*, 4(3), 108-115 (1953) (Sci. Rep. of the Tohoku Univ., Series, 5).
36. Zdunkowski, W.D.; Johnson, F.G. "Infrared flux divergence calculations with newly constructed radiation tables." *J. Appl. Met.*, 4, 371-377 (1965).