Revista Brasileira de Física, Vol. 11, nº 3, 1981

Aplicação do Conceito de Area de Coerência Óptica: Sistema Óptico para Espectroscopia Rayleigh

G. A. BARBOSA

Departamento de Física, Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais, Caixa Postal 702, Belo Horizonte, MG

Recebido em 6 de Novembro de 1980

A practical optical system for Rayleigh spectroscopy is shown as an application of the optical coherene area concept. A short review of the propagation of the electric field self-correlation function is presented.

E mostrado um sistema Õptico prático para espectroscopia Rayleigh como uma aplicação do conceito de área de coerência óptica. É apresentada uma breve revisão da propagação da função de auto-correlação do campo elétrico.

INTRODUÇÃO

Na Espectroscopia Rayleigh ou de Correlação Temporal de Fotons[1] torna-se necessário analisar a luz espalhada dentro de uma área de coerência Óptica, ou seja, coletar a luz dentro de um ângulo sólido tal que o campo elétrico da onda espalhada, entre os pontos $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$, localizados nesta área esteja correlacionado, isto é, $\langle E(\vec{r}_1,t)E^*(\vec{r}_2,t)\rangle \neq 0$. Não sendo esta condição satisfeita, isto é, coletando-se luz dentro de áreas maiores do que uma área de coerência, a intensidade luminosa cresce proporcionalmente à área, mas não o sinal correlacionado, o que reduz o sinal Ütil em relação ao correlacionado, chegando a tornar impraticável a utilização da técnica.

Um sistema Óptico que realize a função de coletar a luz espalhada na condição desejada e com bom aproveitamento do sinal luminoso - muitas vezes de baixa intensidade - embora seja simples, exige o entendimento do que se entende por área de coerência Õptica e de como aplicar este conceito num projeto especifico.

A presente nota tem por finalidade apresentar o conceito já clássico de coerência óptica espacial e sua utilização numa situação experimental.

A figura 1 mostra uma situação típica: radiação de um laser incide, focalizada, sobre um meio espalhador a ser analisado. Pretende-se coletar a luz espalhada com vetor de onda $\vec{k}_s$ num elemento de ângulo sólido como indicado.

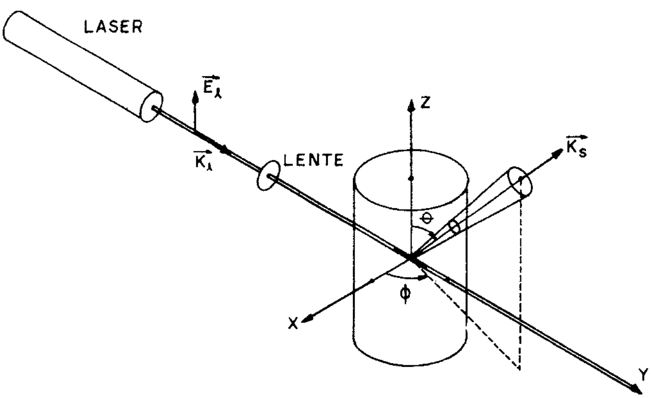

FIG. 1

ÁREA DE COERÊNCIA

Inicialmente ilustra-se o conceito de área de coerência e no Apêndice é feita uma apresentação mais formal e exata.

Considera-se na Fig. 2 o caso simplificado $\theta = \pi/2$ e $\phi = 0$. Imagina-se [illegible]ião iluminada com dimensão Δd e duas fendas paralelas num anteparo situado a uma distância R e separadas por AR.

O momentum do fóton espalhado é $p = h/\lambda$ e ao longo de y tem-se uma imprecisão no momentum de $\Delta p_Y = 2p \sin \Delta\phi/2 \sim 2p(\Delta\phi/2)$. A imprecisão na localização do fóton será da dimensão da fonte $\Delta y \simeq Ad$. Portanto $\Delta y\, \Delta p_Y \cong \Delta d(2h/\lambda)(\Delta\phi/2) \geq h$, ou seja, $\Delta d \Delta\phi \geq \lambda$. Pode-se produzir interferências para separações das fendas tais que o ângulo só-

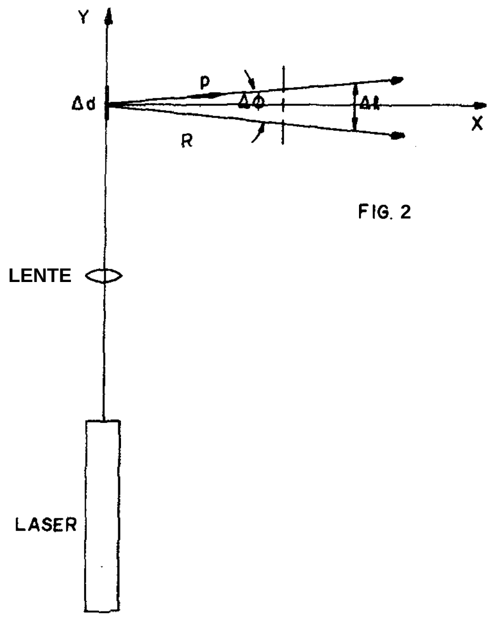

FIG. 2

lido por elas subtendido defina um $\Delta\phi_n$ tal que $\Delta d\ \Delta\phi_n \leqslant \lambda$. Definindo-se $\Delta\phi_c$ como ângulo de coerência através de $\Delta d\ \Delta\phi_c \simeq \lambda$, ficará também

$$A_c \sim (R\Delta\phi_c)^2 \sim \frac{R^2\lambda^2}{(\Delta d)^2} \qquad (1)$$

Embora a definição da área de coerência desta maneira seja qualitativamente correta pode-se chegar a uma formulação mais precisa e válida para fontes com formas mais gerais (ver Apêndice).

UM ARRANJO PRATICO

A Fig. 3 exemplifica um arranjo para aplicar-se o resultado encontrado numa experiência simples para espalhamento Rayleigh de 90^o.

Considera-se que o laser seja focalizado em dimensões de $\sim 100\mu$. Esta focalização ocorre dentro de uma amostra onde, geralmente, não se tem acesso direto para uma medida das dimensões da região focalizada. Por simplicidade, faça-se L = R e $f = R/2$. Os resultados são facilmente estendidos para L $\neq$ R e $f \neq R/2$.

É necessário que o orifício no anteparo 1 tenha área $(\pi/4\ \phi_1^2)$, igual à área de coerência A_c. As expressões (1) e (8) exigem que uma região bem especificada de raio ρ_0 seja definida. A lente L_1 focaliza a região de espalhamento sobre o anteparo 2 onde é colocado um orifício de área $(\pi/4\phi_2^2)$, aproximadamente igual ou menor do que as dimensões da região de espalhamento. Consequentemente, a luz incidindo sobre a fotomultiplicadora forçosamente estará vindo de uma região no centro de espalhamento de área $\frac{\pi}{4}\ \phi_2^2 = \pi\ \rho_0^2$, ρ_0 está então especificado. Este procedimento é equivalente a se colocar uma "máscara", diretamente na região de espalhamento, definindo o tamanho da fonte: Faz-se então $(\pi/4\ \phi_1^2)$ igual a A_c dado pela fórmula (8), completando-se a' especificação.

O sistema atualmente utilizado no nosso laboratório (ver figura 4), com um laser de He-Ne (λ_0 = 6328 Å) tem as dimensões R = 40cm, ϕ_1 = 1500μ e ϕ_2 = 100μ. A lente é plano convexa com f = 20 cm.

A lente L_2 deve ter boa qualidade óptica, sem defeitos como bolhas microscópicas, riscos, etc., pois como a área utilizada é muito pequena, defeitos podem enviar luz não coerente sobre o orifício 2.

Se a lente L_1 tiver um foco suficientemente longo, a impreci-

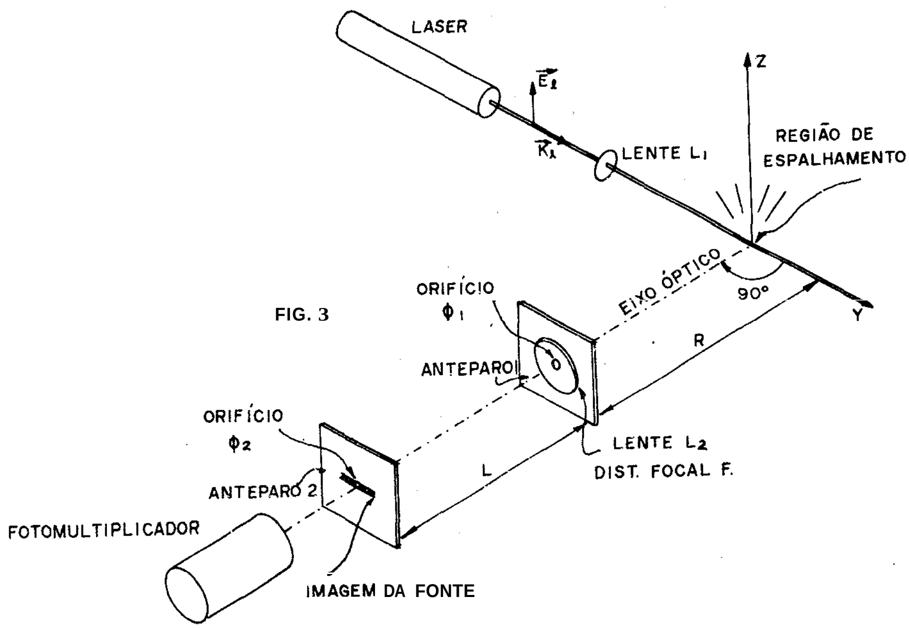

FIG. 3

FIG. 4

são na determinação do momentum espalhado será praticamente devida à dimensão do orifício 1.

$$\left(\frac{\Delta k_s}{k_s} \simeq \frac{\phi_1}{2R} \rightarrow 0.2\% \text{ , no nosso caso}\right).$$

APÊNDICE

Equações de Onda para a Coerência Mútua

Define-se a função correlação do campo espalhado

$$\Gamma(\vec{r}_1,\vec{r}_2,t_1,t_2) \equiv \langle E(\vec{r}_1,t_1+t)E^*(\vec{r}_2,t_2+t)\rangle =$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} E(\vec{r}_1,t_1+t)\, E^*(\vec{r}_2,t_2+t)dt \quad , \qquad (1)$$

$\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ definem dois pontos genéricos.

Como o campo elétrico obedece a uma equação de propagação e a função de correlação acima depende deste campo, procura-se estabelecer uma equação de propagação[2] para a função de correlação para se conhecer suas propriedades nos pontos $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$ como, por exemplo, em duas fendas situadas a uma distância da fonte ou sobre um orifício circular, como é utiiizado no nosso caso prático. Born e Wolf[3] e Parrent[2] apresentam soluções detalhadas para este problema. Apresenta-se a seguir uma síntese da solução de Parrent, onde introduzimos uma pequena correção.

Designando por ∇_i^2 o operador laplaciano em relação às coordenadas x_i, escreve-se a equação de onda

$$\nabla_1^2 \, E(\vec{P}_1,\ t+t_1) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t_1^2} E(\vec{P}_1,\ t+t_1) = 0$$

Aplicando ∇_1^2 a Γ tem-se portanto

$$\nabla_1^2\Gamma = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\left[\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t_1^2} E(\vec{P}_1,t_1+t)\ E^*(\vec{P}_2,t_2+t)dt = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t_1^2}\Gamma\right.$$

e um resultado similar para $\nabla_2^2\Gamma$. Para campos estacionários $\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,t_1,t_2) = \Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau)$, onde $\tau = t_2-t_1$. Tem-se então as equações de .propagação para Γ:

$$\nabla_\alpha^2\Gamma - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\Gamma = 0 \tag{2}$$

$\alpha = 1,2.$

Parrent obteve a solução para $\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau)$, através da utilização sucessiva de identidades de Green, supondo que a função de correlação sobre a fonte $\Gamma(\vec{S}_1,\vec{S}_2,\tau')$ era conhecida.

Explicitamente, a solução é[4]

$$\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau) = \frac{1}{(2\pi)^2}\iint_\sigma \frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{(r_1r_2)^2}\left[1+\frac{r_1-r_2}{c}\frac{\partial}{\partial\tau}-\frac{r_1r_2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right]\times$$

$$\times\ \Gamma\left[\vec{S}_1,\vec{S}_2,\tau-\frac{(r_1-r_2)}{c}\right] da_1da_2 \tag{3}$$

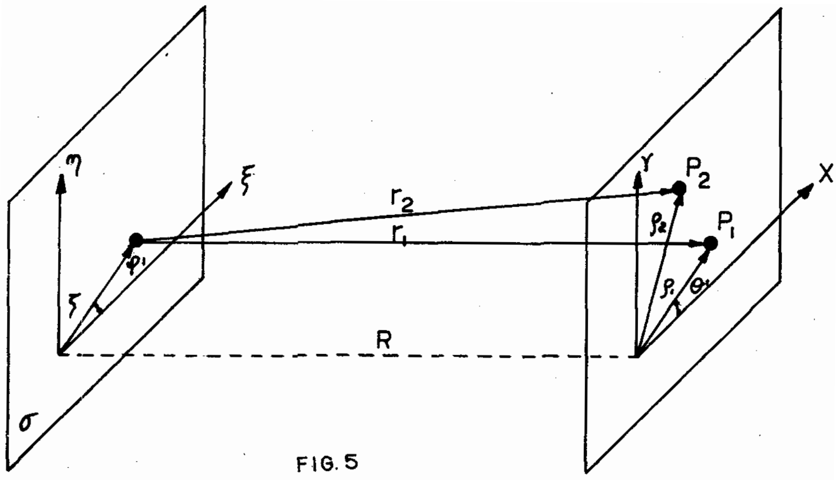

FIG. 5

Este resultado descreve a correlação desejada em relação a dois pontos $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$, se for conhecida a correlação na fonte $\Gamma(\vec{S}_1,\vec{S}_2,\tau - (r_1-r_2)/c)$. $\vec{S}_1$ e $\vec{S}_2$ designam pontos sobre a fonte. θ_1 e θ_2 descrevem os ângulos de $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ em relação a uma normal à fonte. Ver fig. 5.

Para uma fonte quase-monocromática, tem-se

$$E(\vec{P}_1,t) \cong E_0(\vec{P}_1)e^{-2\pi\nu_0 it}$$

$$E(\vec{P}_2,t+\tau)^* \cong E_0(\vec{P}_2)e^{2\pi i\nu_0(t+\tau)} ,$$

e

$$\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} e^{2\pi i\nu_0\tau} \int_{-T}^{T} E(\vec{P}_1,t)E^*(\vec{P}_2,t+\tau)dt = e^{2\pi i\nu_0\tau}\,\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,0).$$

Se a fonte considerada é estacionária, tem-se também

$$\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau_2) = e^{2\pi i\nu_0\tau}\,\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau_1) \text{ , onde } \tau = \tau_2-\tau_1 .$$

Se a fonte é incoerente, pode-se utilizar a aproximação

$$\Gamma(\vec{S}_1,\vec{S}_2,\tau) \cong I(\vec{S}_1)\delta(\vec{S}_1-\vec{S}_2)e^{2\pi i\nu_0\tau} .$$

Aplicando o operador

$$1 + \frac{r_1 - r_2}{c}\frac{\partial}{\partial\tau} - \frac{r_1 r_2}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial\tau^2} \text{ a } \Gamma(\vec{S}_1,\vec{S}_2,\tau - \frac{r_1-r_2}{c}) \quad ,$$

obtém-se

$$\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau) \cong e^{2\pi i\nu_0}\left(\frac{k_0}{2\pi}\right)^2 \int_\sigma \frac{I(\vec{S}_1)}{r_1 r_2} e^{-ik_0(r_1-r_2)} da_1 \qquad (4)$$

Supondo-se agora que $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$ estejam num plano paralelo a σ e que a separação entre $\vec{P}_1$ e $\vec{P}_2$ seja pequena em relação à distância entre a fonte e o plano de observação (Ver fig. 5) vê-se que $\zeta^2=\eta^2+\xi^2$, $\rho_1^2 = x_1^2+y_1^2$, $\rho_2^2 = x_2^2+y_2^2$, $r_1^2=R^2+(x_1-\xi)^2+(y_1-\eta)^2$, $r_2^2= R^2+(x_2-\xi)^2+(y_2-\eta)^2$

Na aproximação mencionada

$$r_1 - r_2 \cong \frac{x_1^2+y_1^2}{2R} - \frac{x_2^2+y_2^2}{2R} + \xi\frac{(x_2-x_1)}{R} + \eta\frac{(y_2-y_1)}{R} \equiv -\frac{\psi}{k_0} + \xi p + \eta q \; .$$

De (4) resulta o clássico "Teorema de Van Cittert-Zernike"[5]:

$$\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau) \cong \left(\frac{k_0}{2\pi}\right)^2 \frac{e^{i(\psi+2\pi\nu_0\tau)}}{R^2}\int_\sigma I(\xi,\eta)e^{-ik_0(p\xi+q\eta)} d\xi d\eta \qquad (5)$$

Definindo-se

$$\gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau) = \frac{\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau)}{\sqrt{\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_1,0)}\sqrt{\Gamma(\vec{P}_2,\vec{P}_2,0)}}$$

onde

$$\Gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_1,0) = \left(\frac{k_0}{2\pi}\right)^2 \frac{1}{R^2}\int_\sigma I(\xi,\eta)d\xi d\eta = \Gamma(\vec{P}_2,\vec{P}_2,0) \quad ,$$

chega-se à função de correlação normalizada

$$\gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau) \cong e^{i(\psi+2\pi\nu_0\tau)}\frac{\int_\sigma I(\xi,\eta)e^{-ik_0(p\xi+q\eta)} d\xi d\eta}{\int_\sigma I(\xi,\eta)\, d\xi d\eta} \qquad (6)$$

Para uma fonte circular e de densidade uniforme, pode-se mostrar que

$$\gamma(\vec{P}_1,\vec{P}_2,\tau) = e^{i(\psi+2\pi\nu_0\tau)} \frac{2J_1\left(\frac{k_0\rho_0\Delta P}{R}\right)}{\left(\frac{k_0\rho_0\Delta P}{R}\right)} \tag{7}$$

onde $\Delta P = |\vec{P}_2 - \vec{P}_1|$ e ρ_0 é o raio da fonte.

A expressão (7) possui um máximo para $\Delta P = 0$ e decresce até o primeiro zero em

$$\frac{k_0\rho_0\Delta P_f}{R} \cong 3.832 \ .$$

A região definida por $\Delta P = \Delta P_f$ dentrodasfronteirasdefinidas pelo primeiro zero de (7) é chamada de área de coerência óptica do campo de radiação da fonte em o, em torno do ponto $\vec{P}$

$$A_{\substack{\text{coerência}\\ \text{óptica}}} \cong \pi\left(\frac{\Delta P_f}{2}\right)^2 \cong 0.2921\left(\frac{R\lambda_0}{\rho_0}\right)^2 \tag{8}$$

Agradece-se ao Prof. Ramayana Gazzinelli pela leitura crítica do manuscrito.

REFERÊNCIAS

1. G. B. Benedek, *Polarization, Matière et Rayonnement*, Presses Universitaire de France, Paris, 1969. O.N.Mesquita - Tese de Mestrado - UFMG (1969).

2. G.B.Parrent Jr., J.Opt.Soc.Am. 49, 787 (1959).

3. M.Born, E.Wolf, *Principles of Optics* (Pergamon Press, New York,1959) p. 535.

4. Um pequeno erro na ref. 2 está aqui corrigido e teve origem em de-

rívadas efetuadas incorretamente na superfície a da ref. 2 ($\partial r/\partial\eta = z/r$, etc.).

5. P.H.Van Cittert, Physica 6, 1129 (1939). F.Zernike, Physica 5, 785 (1938).