

Considerações Elementares sobre a Tensão Superficial

G. F. LEAI-FERREIRA

Departamento de Física e Ciência dos Materiais, Instituto de Física e Química de São Carlos, Universidade de São Paulo, Caixa Postal 369, 13560 São Carlos, SP

Recebido em 14 de Agosto de 1980

The reasons advanced for the existence of a tension at the surface of a liquid appearing in most introductory Physics textbooks, are criticized. Firstly because they call attention on the interactions normal to the liquid surface; secondly, because they mix energy and force considerations. Following the Laplace theory, as presented by Lord Rayleigh, it is recalled that the surface tension appears because there is, at the liquid surface and parallel to it, a deficit of the cohesion force due to the absence of liquid (above the surface).

As explicações dadas na maioria dos textos de Física introdutória para justificar o aparecimento da tensão superficial nos líquidos são, na opinião do autor, insatisfatórias tanto porque focalizam exclusivamente as interações normais à superfície do líquido, como também misturam no mesmo saco, considerações de força e de energia. Lembra-se, usando a teoria de Laplace como contida por Lord Rayleigh, que a tensão superficial advém de um déficit da força de coesão, tangente à superfície, devido à ausência de líquido (acima da superfície).

No ensino introdutório de Física, mais especificamente naquele que pode se chamar de física geral e experimental, é encontrado o tema "Tensão Superficial". É verdade que hoje em dia muito menos atenção se dá a assuntos como este aparentemente mais complexos ao que outros susceptíveis de um tratamento mais racional — mas, de qualquer maneira, o tema em questão é merecedor de um capítulo nos livros de Física. E nestes recebe, usualmente, o seguinte desenvolvimento lógico: "que, admitindo-se um líquido com uma superfície plana, as moléculas no seu interior são atraídas igualmente em todas as direções pelas suas vizinhas, o

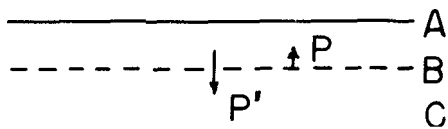
que não pode acontecer com aquelas que estão próximas à superfície, que estarão somente sujeitas a uma atração das moléculas do interior. Agora, as moléculas do interior têm necessariamente menor energia (pois estão mais ligadas) que as da superfície e portanto é preciso realizar trabalho para trazer moléculas do interior à superfície e ao trabalho necessário para aumentar a superfície de uma unidade de área chama-se tensão superficial¹¹.

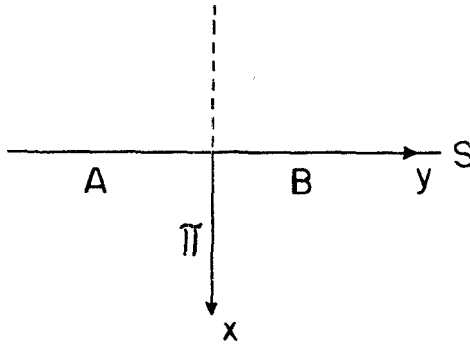
Achamos ter reproduzido com razoável fidelidade o introito ao tema. Ao leitor de semelhante explicação, será fácil assumir que o importante está nas ações normais à superfície e que para aquela tensão se manifestar é necessário a cada partícula no interior uma rápida viagem à superfície numa vã tentativa de aumentar-lhe a área. Ficarà talvez muito decepcionado quando ler, um pouco mais adiante, na demonstração da fórmula de Laplace, que a tensão superficial é alguma coisa que se manifesta paralelamente à superfície. Não fosse o leitor um estudante, a quem se cobra a aquisição de conhecimento, fecharia o livro certo de que entender Física, mesmo a elementar, é tarefa árdua demais para um leigo. Por outro lado, também não é tarefa das mais simples a do professor explicar o assunto usando aquela linha de raciocínio pois terá que usar de uma certa dose de autoridade para reprimir o espanto daquele aluno que espera dele algo de um pouco mais de racional. Imagino-me numa situação bastante difícil se me fosse perguntado então, se a densidade do líquido perto da superfície é menor ou maior do que no seu interior. Do introito resumido acima poder-se-ia inferir, à primeira vista, ambas as respostas: por energia, estando as moléculas menos ligadas na superfície, deveriam ter densidade menor (resposta correta); por força, as moléculas do interior estariam mais soltas porque a força total de atração é nula, enquanto que as próximas à superfície deveriam estar sujeitas, a uma pressão, e portanto estariam mais comprimidas e com densidade, por consequência, maior que no interior.

Realmente não se trata de matéria muito simples de ser discutida em nível introdutório, principalmente se não se adota, de início, uma linha unificada de raciocínio, que opte ou por considerações de força ou por considerações de energia. Destas duas, tanto pela ênfase maior que a Mecânica Newtoniana recebe e à qual o aluno até então tem sido acostumado, como também por ser a mais natural quando se considera situa-

ções estáticas, parece-me que, sem dúvida, a escolha da força como conceito fundamental ser mais adequada. Tratar-se-ia, portanto, de explicar o aparecimento de uma tensão, no sentido que a Elasticidade dá usualmente ao termo, paralela à superfície do líquido, usando o conceito de força. E deve-se a Laplace (e a Young) a colocação do problema nestes termos, cuja teoria foi recapitulada e enriquecida por Lord Rayleigh (Scientific Papers, Vols. III e IV, "On the theory of Surface Forces", pg. 397, Dover Public). Ai se encontra uma introdução histórica ao assunto e uma discussão sobre os conceitos utilizados, além do desenvolvimento da teoria.

Laplace admite a existência no meio contínuo de uma força de coesão (atração) proporcional ao produto das massas elementares e a uma Função da distância ($f(r)$) finita para distância nula, e de curto alcance. As forças repulsivas são substituídas pela pressão intrínseca que em cada elemento de área se desenvolve para contrabalançar aquelas forças de atração e garantir o equilíbrio (na verdade a teoria é capaz de calcular forças entre partes do líquido e assumindo regularidade chega à pressão). Por exemplo, seja um líquido com superfície livre A, plana e infinita, estendendo-se para baixo (ver figura 1). O líquido situado abaixo do plano B atrai o líquido entre A e B com uma força, para baixo, que por unidade de área do plano B deve ser constante (P'), visto ter-se assumido que o líquido se estende indefinidamente à esquerda e à direita. Para contrabalançar a força por unidade de área, P' , deve existir uma força de contacto, isto é, de pressão, P , de baixo para cima que equilibre aquela força P' . Embora a teoria de Laplace admita que a massa esteja uniformemente distribuída e que seja, portanto, insensível às variações da pressão intrínseca, logo se vê que a pressão aumentando à medida que o plano B se afasta de A, deve ter-se que a densidade do líquido em C tenderá ser maior (por que a pressão é maior) no interior do que perto da superfície. Para um ponto suficientemente interior ao líquido a pressão atinge um valor constante K.





Assumindo que a equação de equilíbrio do líquido é $p = \nabla V$ onde p é a pressão e V , o potencial das forças de atração, mostra-se (pg.408) que a pressão no centro de uma esfera líquida de raio R , grande comparado com o alcance das forças atrativas, é dada por $K_0 + \frac{2T}{R}$, sendo T expresso através de uma integral definida dependente da forma assumida para a função $f(r)$. A fórmula sugere a definição de uma tensão na superfície da esfera de valor T se se admite que a convergência para o valor $K_0 + \frac{2T}{R}$ se dê já para pontos próximos à superfície. Mostra-se também (pg. 403) que $2T$ é o trabalho por unidade de área para se obter duas porções líquidas semi-infinitas com superfície plana, a partir de uma massa inicialmente infinita (sem superfície).

Não será feito aqui um resumo de todas as deduções apresentadas no artigo citado. Achamos porém que o conceito de força e atração é suficientemente simples e deve ser usado em explicações introdutórias. Certamente, que haveria dificuldades em definir a função força, finita para distância nula, a partir de um modelo molecular. Mas isto não invalida o uso do modelo, que deve ser considerado uma primeira aproximação macroscópica ao problema. O que queremos fazer aqui é, como antes se disse, mostrar que mesmo com uma superfície plana já deve existir algo que justifique o termo tensão superficial. Vamos ao problema.

Seja um líquido com uma superfície plana S (fig.2); se desejamos chegar a uma tensão superficial, paralela à superfície, devemos estudar a interação entre as partes de líquido A e B através de um plano π perpendicular à superfície S . Imagine-se um sistema de coordenadas, com eixo x e y como mostrado na figura e um eixo z a eles perpendicular. **A**

força na direção y , entre as partes A e B pode ser calculada supondo que exista líquido em toda a região $y > 0$ (incluindo a região em x é negativo) e subtraindo-se em seguida a atração que a região adicionada (isto é $y > 0$ e $x < 0$) exerce sob A.

Se desejarmos somente o deficit de força por unidade de comprimento na direção z bastará o cálculo da atração entre o 2º e 4º quadrantes, supostos estendidos na direção z . Seja $\vec{E}(x,y)$ o "campo" criado no 2º quadrante pela massa no 4º. A força \vec{F} por unidade de comprimento (na direção z) é

$$\vec{F} = \int_{\substack{y < 0 \\ x > 0}} \vec{E}(x,y) dx dy .$$

Se o potencial do campo \vec{E} é U , ou seja, $\vec{E} = \nabla U$, tem-se

$$\vec{F} = \int_{\substack{y < 0 \\ x > 0}} \nabla U dx dy = \int \vec{n} U ds ,$$

onde ds designa o elemento de comprimento no contorno, isto é, dy ao longo do eixo y , dx ao longo do eixo x , \vec{n} é o vetor normal ao contorno.

A componente y da força por unidade de comprimento será

$$F_y = \int_{x > 0} U(x) dx .$$

Notemos porém que o potencial $U(x)$ criado pela distribuição de massa no 4º quadrante ao longo do eixo positivo dos x é a metade do potencial $U'(x)$ criado por uma distribuição de líquido que se estendesse de $-\infty < y < \infty$ para $x < 0$, isto é, ocupando toda a região acima de S na figura 2. Mas como mostrado na pg. 410 da referência, $\int_0^\infty U'(x) ds$ é igual ao trabalho por unidade de área necessário para separar o líquido abaixo do plano S daquele acima, que, como já foi mencionado, é igual a $2T$. Logo $F_y = T$ e pode-se dizer que a tensão superficial é a deficiência de força por unidade de comprimento ao longo da superfície, na direção paralela à superfície. É aceitável que um deficit de força de compressão receba o nome de tensão.

É interessante notar que Lord Rayleigh chega a este mesmo resultado por uma via indireta (pg.41 i), durante a qual é calculada a integral ao longo de x , do deficit de pressão (lembramos que a pressão cresce do valor zero em $x = 0$ ao valor K_0 para x grandes), cujo valor é $2T$. Este resultado quando comparado com o deficit de força paralela à superfície (T), evidencia que a pressão não é isotrópica no líquido uniforme com interação entre suas partes, devendo-se definir uma pressão normal e uma outra transversal. Das duas, a pressão normal é a usada em quase todas as demonstrações, e ela satisfaz a equação $p = U$, como a teoria assume.

Naturalmente que o cálculo acima não é compatível com o nível de conhecimento de um aluno iniciante em Física. Mas a menção da origem da tensão como lembrado aqui, torna, na nossa opinião, mais inteligível o assunto.