

Comparação entre a Estrutura do Conteúdo e a Estrutura Cognitiva do Professor e a do Aluno em um Curso de Física Geral*

REGINA C. COSTA

Instituto de Física e Matemática – UFPel, Departamento de Física, 96100 Pelotas, RS
e

MARCO A. MOREIRA

Instituto de Física, UFRGS, 90000 Porto Alegre, RS

Recebido em 10 de Março de 1980

The digraph theory is proposed as an instrument for providing a representation of the structure of concepts in the instructional material. Some basic aspects of this theory are discussed and an example of its use to determine the conceptual content structure is given. In addition, the content structure represented this way is compared to the cognitive structure of the teacher and of the student, obtained through the use of a concept association test and the multidimensional scaling technique.

A teoria dos grafos dirigidos (dígrafos) é proposta como um instrumento capaz de prover uma representação da estrutura dos conceitos no material instrucional. São discutidos alguns aspectos básicos dessa teoria e é dado um exemplo de seu uso na determinação da estrutura do conteúdo, assim representada, com a estrutura cognitiva do professor e a do aluno, obtidas através de um teste de associação escrita de conceitos e da técnica da análise multidimensional.

*Trabalho parcialmente financiado por CAPES e FINEP.

1. INTRODUÇÃO

O objetivo do estudo a ser descrito neste trabalho foi o de fazer uma comparação entre uma representação gráfica da estrutura do conteúdo, obtida a partir de um livro de texto usando a teoria dos grafos dirigidos¹ e as representações gráficas da estrutura cognitiva do professor e a do aluno, obtida através de um teste de associação numérica de conceitos² e da análise multidimensional³.

A estrutura do conteúdo é interpretada aqui como uma rede de conceitos e suas inter-relações no material instrucional, enquanto que por estrutura cognitiva entende-se um construto hipotético que se refere à organização (relacionamento) dos conceitos na memória de um indivíduo⁴.

A estrutura do conteúdo pode ser representada através de um modelo espacial ou de um modelo gráfico. O modelo espacial é aquele com características geométricas, onde os pontos representam conceitos de uma certa área de conhecimento e as distâncias entre os pontos medem o grau de relacionamento que há entre os conceitos. Isto é, quanto mais próximos os pontos, mais relacionados estão os conceitos. No modelo gráfico, também os pontos representam conceitos, mas as distâncias entre os pontos são medidas pelo número de linhas entre esses conceitos. Ou seja, quanto menor o número de ligações entre dois pontos, menor a distância e, conseqüentemente, mais relacionados os conceitos.

Por sua vez, a estrutura cognitiva pode também ser representada por uma configuração onde os pontos representam conceitos de um determinado conteúdo e as distâncias entre os pontos medem o grau de relacionamento entre os conceitos.

Para a estrutura do conteúdo usou-se, neste estudo, primeiramente o modelo gráfico, no qual o conhecimento comunicável é visto como um espaço estruturado que pode ser representado como um conjunto de pontos interconectados ou interconectáveis por um conjunto de linhas. A partir deste modelo chegou-se a um modelo espacial. No caso da estrutura cognitiva, utilizou-se apenas o modelo espacial.

Cabe ainda mencionar que uma característica importante do modelo espacial é a de permitir o aparecimento de aglomerados de conceitos, os quais poderiam obedecer a uma certa hierarquia. Isto é, em primeiro lugar agrupar-se-iam os conceitos mais importantes e os agrupamentos assim formados "atrairiam" outros conceitos a eles relacionados. Essa atração diminuiria com o decréscimo de importância do conceito no contexto do conteúdo em questão⁵.

Com já foi dito, na representação gráfica da estrutura do conteúdo foi utilizada a teoria dos grafos dirigidos, razão pela qual apresenta-se a seguir alguns aspectos dessa teoria.

2. A TEORIA DOS DIGRAFOS

É uma teoria matemática sobre a noção abstrata de estrutura. Estuda modelos de relações entre pares de elementos abstratos¹. Serve com modelo matemático de propriedades estruturais de qualquer sistema empírico que consista de relações entre pares de elementos.

Digrafos consistem de pontos e linhas dirigidas do seu primeiro para o seu segundo pontos. Pode-se dizer que um digrafo é uma rede onde não ocorrem linhas paralelas nem "loops" (i.e., casos em que o primeiro ponto é igual ao segundo). Na figura 1 é apresentado um exemplo de digrafo:

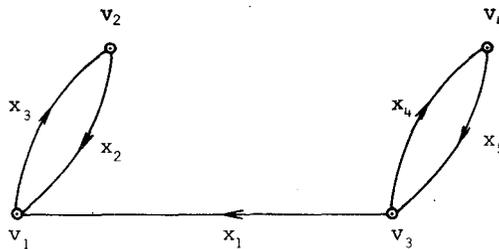


Fig.1 - Exemplo de digrafo.

Na figura 1, os pontos são v_1, v_2, v_3 e v_4 e as linhas são $x_1 = v_3v_1, x_2 = v_2v_1, x_3 = v_1v_2, x_4 = v_3v_4$ e $x_5 = v_4v_3$. É importante

ressaltar que os pontos e as linhas de um digrafo não obedecem à geometria euclidiana. Por exemplo, o fato de v_2 estar mais perto de v_1 do que v_3 ou v_4 não possui nenhum significado na teoria. Além disso, registre-se que o formato das linhas é arbitrário; o importante é o sentido das linhas e a quantidade delas que chegam ou saem de um determinado ponto.

Em um digrafo, o número de linhas originadas em um ponto é denominado de grau de saída ("outdegree"). O número de linhas que terminam em um ponto é chamado de grau de entrada ("indegree"). O grau total ("total degree") é a soma do grau de saída com o grau de entrada.

Uma trajetória (dirigida) de v_1 a v_n é uma coleção de pontos distintos, v_1, v_2, \dots, v_n junto com as linhas $v_1v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n$ consideradas na seguinte ordem: $v_1, v_1v_2, v_2, v_2v_3, \dots, v_{n-1}v_n, v_n$. O número de linhas numa trajetória é chamado de comprimento. Uma geodésica de um ponto u a outro ponto v é uma trajetória de u a v de comprimento mínimo. Se existe uma trajetória entre dois pontos num digrafo, a distância entre eles será o comprimento da geodésica que os une, simbolizada por $d(u, v)$. Porém, quando não há trajetória unindo dois pontos em um digrafo a distância é infinita, $d(u, v) = \infty$. A distância de um ponto v a ele próprio é zero, pois um único ponto é uma trajetória de comprimento zero, logo $d(v, v) = 0$.

Quando precisamos medir certas características quantitativas de uma estrutura, torna-se de suma importância o conhecimento da matriz distância, $N(D)$. A figura 2 mostra um exemplo de um digrafo D , sua matriz distância e os respectivos números de entrada e de saída de um ponto v . O número de saída ("outnumber") de um ponto v , representado por $o(v)$, é o maior dos números $d(v, u)$ para todo u em D . A maior entrada na fila correspondente a v , na matriz distância $N(D)$, representa o número de saída deste ponto. O número de entrada ("innumber") de um ponto v , $i(v)$, é o maior dos valores $d(u, v)$ para todo u em D . Na matriz $N(D)$, $i(v)$ é a maior entrada na coluna correspondente a v . O par numérico associado a um ponto v é o par ordenado $[o(v), i(v)]$.

Um ponto com o menor número de saída finito é uma central de saída ("outcentral point") e o conjunto de tais pontos é o centro de

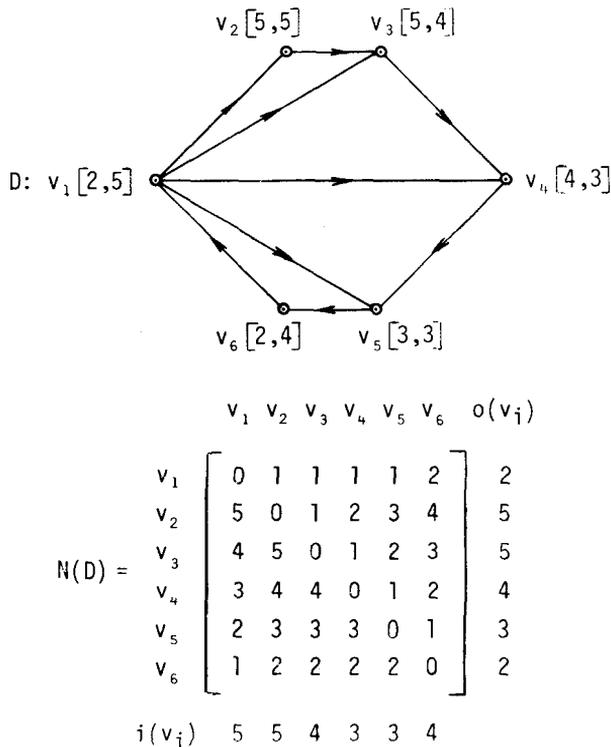


Fig.2 - Digrafo D ilustrando o conceito de par numérico associado a um ponto e a matriz $N(D)$ correspondente.

saída ("outcenter"). Similarmente, um ponto com o menor número de entrada finito, é uma central de entrada ("incentral point") e o conjunto de tais pontos é o centro de entrada ("incenter"). No digrafo da figura 2, o centro de saída é $\{v_1, v_6\}$ e o centro de entrada é $\{v_4, v_5\}$. Dizemos que estes pontos são os mais "favoravelmente" localizados no digrafo.

A seguir, mostra-se como a teoria dos digrafos foi usada para determinar a estrutura do conteúdo.

3. MAPEAMENTO DA ESTRUTURA DO CONTEÛDO

O primeiro passo para mapear a estrutura do conteúdo foi identificar os conceitos-chave referentes à Eletricidade. Dez concei-

tos foram selecionados: Campo Elétrico (E), Resistência Elétrica (R), Carga Elétrica (q), Corrente Elétrica (I), Linha de Força (LF), Capacitância (C), Força Elétrica (F), Fluxo Elétrico (Φ), Potencial Elétrico (V) e Força Eletromotriz (\mathcal{E}).

Após, seis professores do Instituto de Física, da UFRGS, selecionaram as sentenças do livro de texto (Ref.6, vol.11-1, cap. 26-32) que possuíam dois ou mais conceitos-chave e que, realmente, mostrassem relações entre os conceitos. Cada uma dessas sentenças, juntamente com todas as equações matemáticas que também possuíam dois ou mais conceitos-chave, foram digrafadas segundo as regras gramaticais propostas por Richard Shavelson^{7,8}. Por exemplo, a sentença: "O campo desempenha um papel de transmissor da interação entre as cargas" (Ref.6, vol.11-1, pág.19), foi digrafada da maneira mostrada na figura 3.

A determinação dos pontos é baseada na regra n° 1: "substantivos são representados por pontos nos dígrafos. A relação assimétrica entre campo e papel é especificada pela regra n° 4: "Um verbo de ação especifica a direção da relação assimétrica entre o sujeito e a palavra (conceito, idéia) no predicado. Essa relação é representada por uma linha dirigida no dígrafo entre dois pontos relacionados pelo verbo". As relações simétricas são baseadas na regra n° 6: "Uma preposição é uma palavra invariável que estabelece uma relação de dependência entre dois termos da frase. Sendo assim, especifica uma relação entre dois pontos num dígrafo e é representada por uma linha. Se a preposição especifica direção (por exemplo, para) a relação é assimétrica; se a preposição não especifica direção (por exemplo, de) a relação é simétrica".

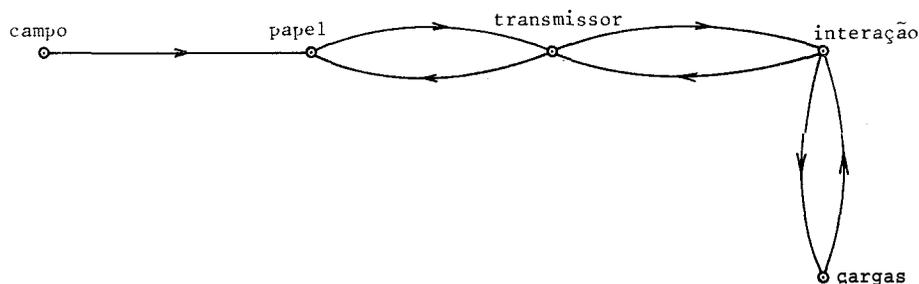


Fig.3 - Exemplo de uma sentença digrafada.

Um digrafo foi formado para cada sentença selecionada e equação matemática do livro de texto. Esses digrafos foram então combinados em um macro-digrafo, o qual é apresentado na figura 4.

Neste digrafo, os pontos $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{15}$ representam palavras e/ou conceitos físicos que relacionavam os conceitos-chave nas sentenças e equações do material instrucional.

O macro-digrafo mostra ser carga elétrica, o conceito -chave mais relacionado entre todos os outros conceitos e isto fica provado pelo valor de seu grau total, $td(q) = 15$. A seguir temos campo elétrico com $td(E) = 11$ e potencial elétrico com $td(V) = 10$. Esses conceitos, podemos dizer agora, são os mais gerais entre os dez escolhidos para a pesquisa. Capacitância com $td(C) = 2$ é o conceito mais específico.

Correspondentemente a matriz distância (não apresentada) prova ser carga elétrica o conceito mais centralmente localizado, pois o centro de saída e a central de saída são formados apenas por carga elétrica. O centro de entrada e a central de entrada são constituídos somente por potencial elétrico.

Com base na teoria dos grafos dirigidos, concluiu-se que todo ponto do macro-digrafo possui número de saída e número de entrada finitos e que todos os seus pontos são mutuamente alcançáveis e este digrafo é classificado, então, como forte. Portanto, os conceitos físicos no material instrucional constituem uma estrutura formal de conceitos inter-relacionados.

O macro-digrafo apresentado na figura 4 constitui o que foi referido na introdução como "modelo gráfico" da representação da estrutura do conteúdo. Para que se chegasse ao "modelo espacial", de modo a tornar possível uma comparação entre a estrutura do conteúdo e a estrutura cognitiva do professor e a do aluno, a matriz distância, correspondente ao macro-digrafo, foi submetida à análise multidimensional? Para isso, a matriz distância foi simetrizada, sendo adotado o critério de prevalecer a menor distância entre dois conceitos-chave. O mapeamento obtido é apresentado na figura 5.

Neste mapa, destaca-se, pela proximidade, o agrupamento for-

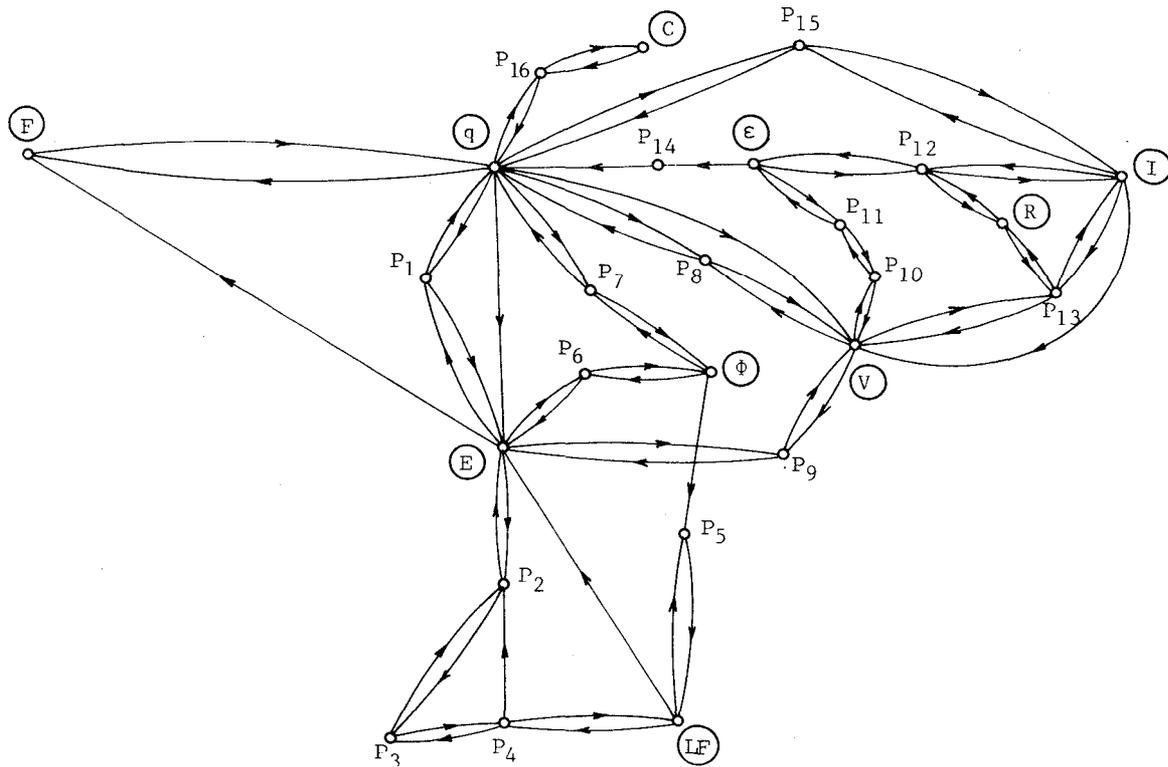


Fig. 4 - Macro-digrafo; representação da estrutura do conteúdo obtida através da teoria dos digrafos (modelo gráfico).

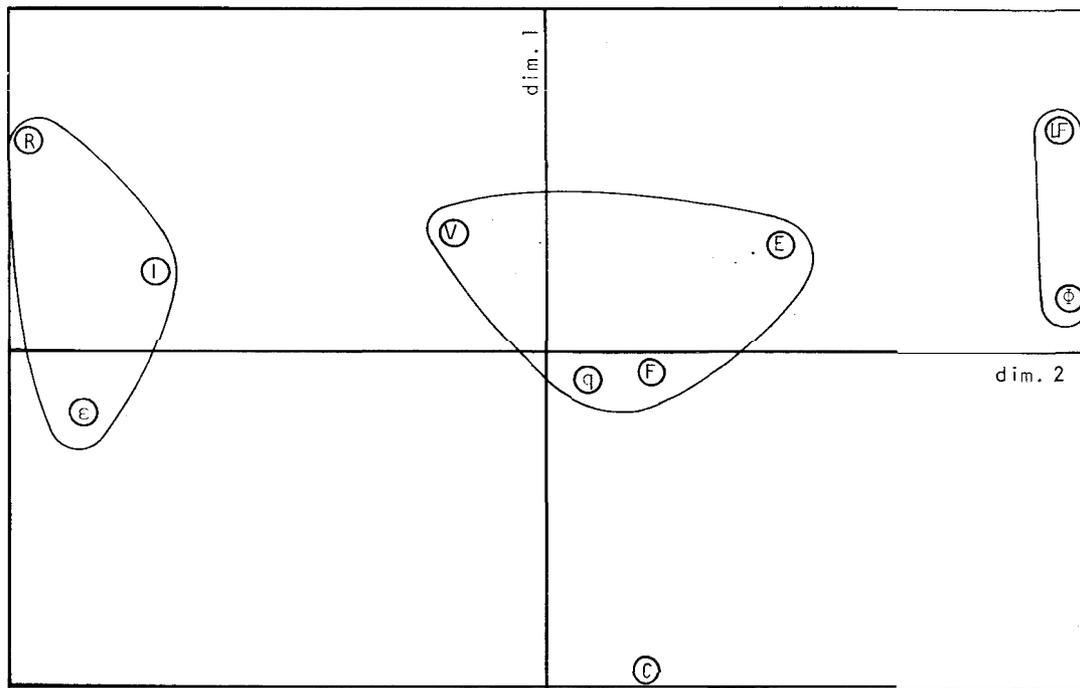
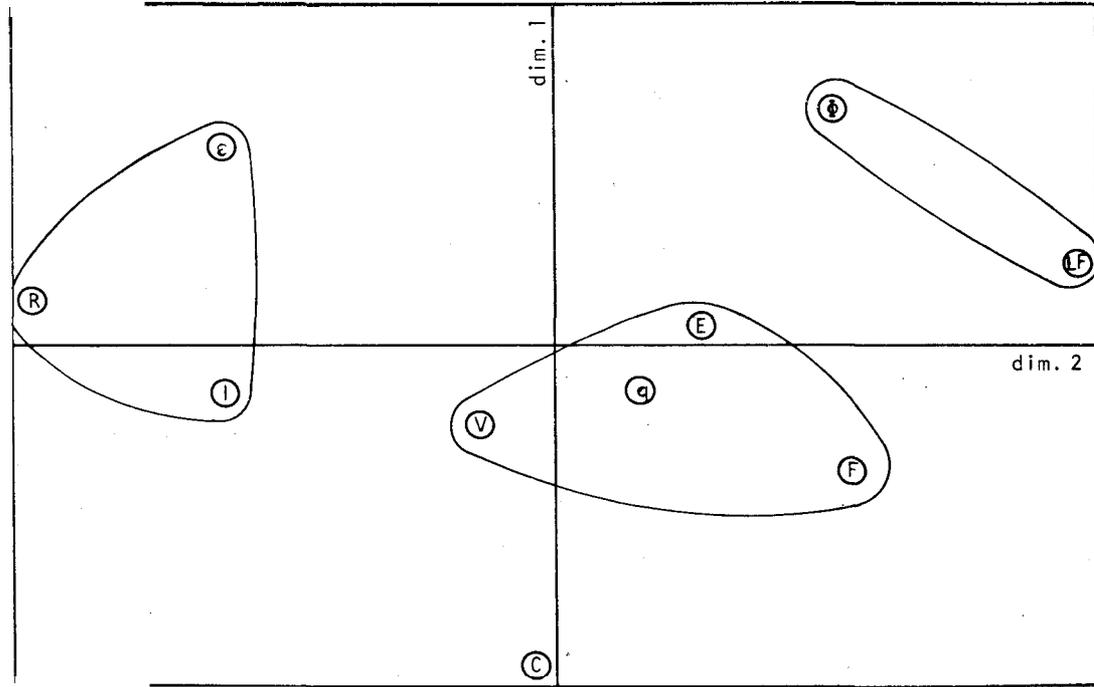


Fig.5 - Representação da estrutura do conteúdo obtida através da análise multidimensional (modelo espacial).

mado por carga elétrica (q) e força elétrica (F). Este agrupamento evidencia a idéia central do capítulo 26 (Força Elétrica) do livro de texto, o primeiro do conteúdo programático, indicando a Lei de Coulomb. Observa-se também que os conceitos mais próximos do agrupamento $\{q, F\}$ são campo elétrico (E) e potencial elétrico (V), fato este também consistente com a organização conceitual do livro de texto, pois após a introdução dos conceitos de carga e força enfatiza-se, no texto, os conceitos de campo (capítulo 27) e potencial elétrico (capítulo 29). Por outro lado, o conceito de campo elétrico (E) aparece no mapa como uma espécie de "ponte" entre o agrupamento $\{q, F\}$ e o agrupamento $\{LF, \phi\}$, linha de força e fluxo. Isso poderia representar a Lei de Gauss (capítulo 28), a qual envolve os conceitos de carga, campo e fluxo. De maneira análoga, o conceito de potencial (V) serve de "ponte" entre o agrupamento formado pelos conceitos q, F, E, LF e ϕ e aquele constituído pelos conceitos R, I e ϵ (capítulos 31 e 32). Ou seja, potencial funciona como elemento de ligação entre a eletrostática $\{q, F, E, LF$ e $\phi\}$ e a eletrodinâmica $\{R, I$ e $\epsilon\}$. Finalmente, observa-se que o conceito de capacitância, capítulo 30, encontra-se bastante isolado. Isso é também facilmente interpretável pois o conceito de capacitância apesar de ser definido (no texto) em termos de carga e diferença de potencial é tratado como um conceito bastante específico e que, no fundo, não depende de carga e potencial.

4. MAPEAMENTO DA ESTRUTURA COGNITIVA DO PROFESSOR

Um grupo de dez professores do Instituto de Física da UFRGS respondeu ao "Teste de Associação Numérica de Conceitos" (TANC). Nesse tipo de teste², para um dado conjunto de conceitos, são formados todos os pares possíveis, os quais são, então, listados em ordem aleatória ao lado de uma escala numérica na qual deve ser assinalado um número que reflita o grau de relacionamento entre os conceitos de cada par segundo a percepção de quem responde o teste. Obtêm-se assim uma matriz de similaridades a qual é, então, aplicada a análise multidimensional. O mapeamento resultante, para o grupo de professores, é apresentado na figura 6.



representação da estrutura cognitiva do professor

Neste mapeamento pode-se observar, basicamente, os mesmos agrupamentos identificados no mapeamento da estrutura do conteúdo (figura 5). Há, portanto, coerência entre a estrutura do conteúdo e a "estrutura cognitiva do professor" (por estrutura cognitiva do professor entenda-se do grupo de professores que respondeu o teste de associação). É verdade que existem diferenças em termos de maior ou menor proximidade entre os agrupamentos e dentro dos mesmos, porém, em termos de organização conceitual os dois mapas são bastante consistentes.

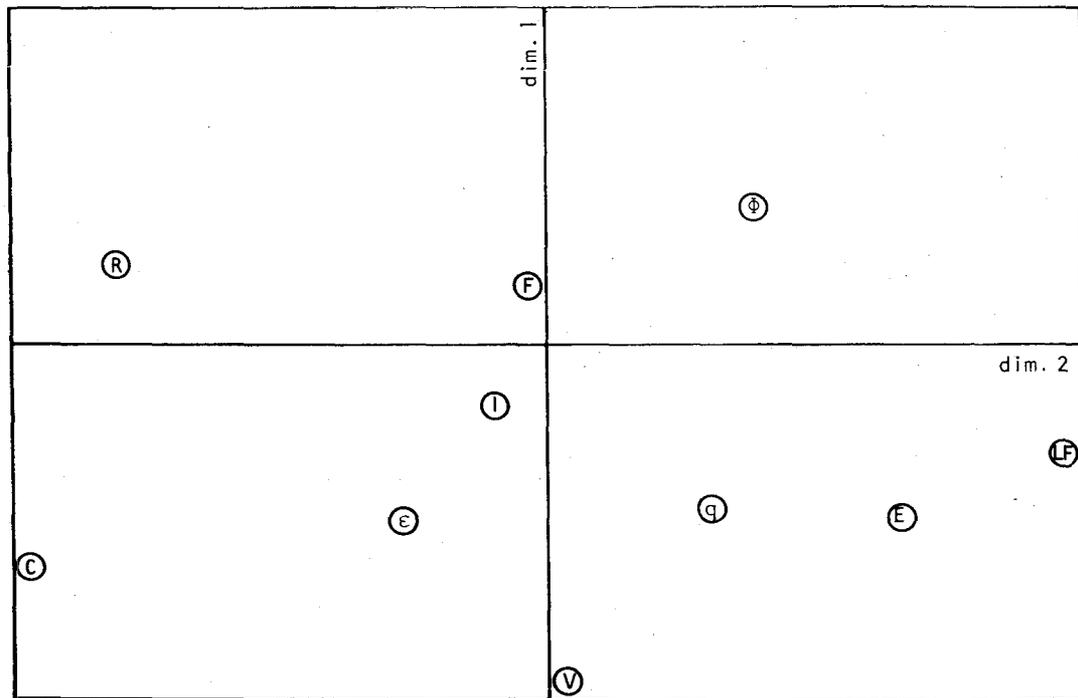
5. MAPEAMENTO DA ESTRUTURA COGNITIVA DO ALUNO

Vinte e oito alunos do curso de Engenharia da UFRGS, matriculados em uma das turmas da disciplina Física II, do Departamento de Física, durante o primeiro semestre de 1979 responderam o mesmo teste de associação numérica de conceitos respondido pelos dez professores anteriormente citados. Os alunos, no entanto, responderam este teste no início e no final do semestre, ou seja, antes e após a instrução. Esses alunos tiveram ensino tradicional expositivo e o livro de texto foi o mesmo utilizado na determinação da estrutura do conteúdo⁶.

Aos resultados dos testes de associação numérica de conceitos foi aplicada a técnica da análise multidimensional a fim de obter-se o mapeamento da estrutura cognitiva do aluno (i.e., do grupo de alunos). As representações obtidas antes e após a instrução são apresentadas nas figuras 7 e 8, respectivamente.

Na figura 7 parece não haver agrupamentos predominantes ou, pelo menos, não é possível identificar os agrupamentos observados na estrutura do conteúdo e na estrutura do professor. Aliás, levando em conta que a figura 7 corresponde ao mapeamento *anterior à instrução* seria mesmo de se esperar que os conceitos estivessem mais ou menos "espalhados" ou agrupados aleatoriamente a menos que o conteúdo já fosse conhecido pelos alunos.

Após a instrução, no entanto, a situação parece ter se modificado, pois na figura 8 pode-se, embora talvez "forçando um pouco", identificar os mesmos agrupamentos detectados nas figuras 5 e 6 corres-



representação da estrutura cognitiva do aluno antes da instrução

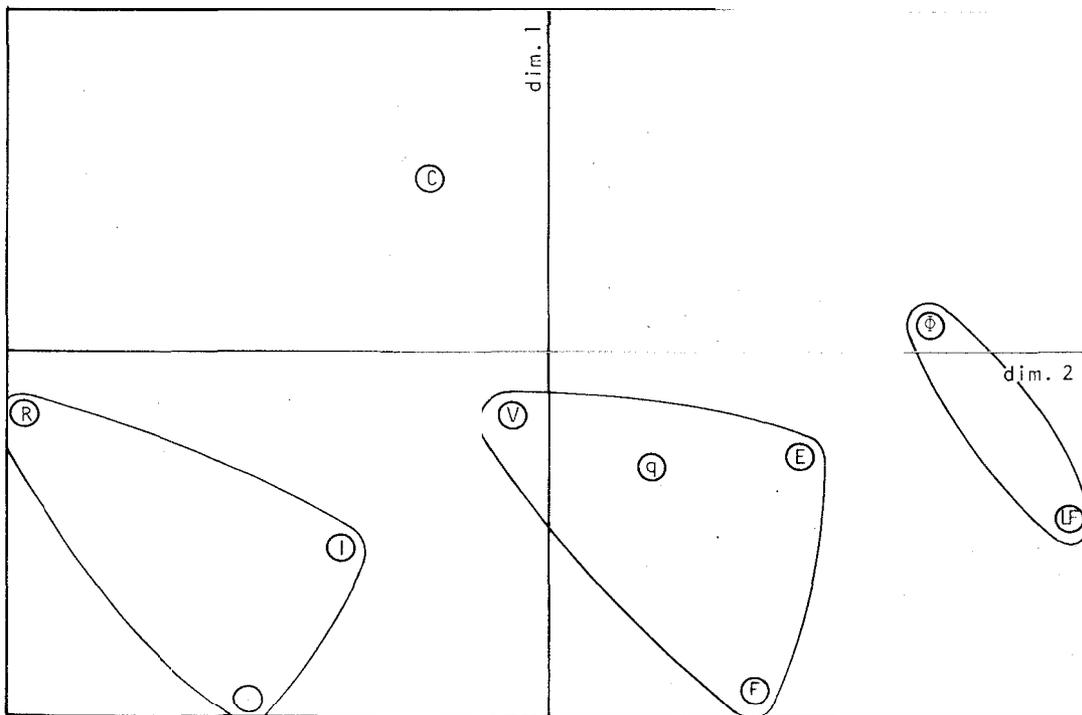


Fig. 8 - Representação da estrutura cognitiva do aluno após a instrução

pendentes, respectivamente, à estrutura do conteúdo e à estrutura cognitiva do professor. Admite-se que tais agrupamentos talvez estejam um pouco "forçados" porque os conceitos R e F encontram-se, na figura 8, um pouco mais afastados dos demais conceitos do agrupamento correspondente do que nas figuras 5 e 6. Porém, de um modo geral, parece ser razoável supor, na figura 8, a existência dos mesmos agrupamentos observados nas figuras 5 e 6. Na medida em que isso for verdadeiro, pode-se dizer que após a instrução a estrutura cognitiva do aluno tendeu a aproximar-se da estrutura do conteúdo e da estrutura cognitiva do professor, as quais, por sua vez, no estudo feito, foram bastante coerentes.

6. CONCLUSÃO

Como resultado de um primeiro estudo envolvendo mapeamento do conteúdo e das estruturas cognitivas do professor e do aluno, concluiu-se, tentativamente, que a teoria dos digrafos é um instrumento válido para obter-se informações sobre a estrutura conceitual do conteúdo implícita no material instrucional. Além disso, concluiu-se, também tentativamente, que a estrutura cognitiva do professor é coerente com a estrutura do conteúdo e que, após a instrução, a estrutura cognitiva do aluno tende a aproximar-se dessas estruturas.

Talvez se possa argumentar que o presente estudo apenas mostrou o óbvio, ou seja, que é natural que a estrutura cognitiva do professor seja semelhante a do livro de texto porque o professor utiliza este texto para dar suas aulas. É natural também que a estrutura cognitiva do aluno tenda a aproximar-se da estrutura cognitiva do professor e da estrutura do conteúdo tal como aparece no texto, pois o professor lhe dá aulas e o livro de texto é onde ele estuda. Entretanto, a aceitação desse argumento implica em que sejam válidas a teoria e as técnicas utilizadas na obtenção das representações gráficas das estruturas investigadas. Isso, por si só, justificaria o estudo, pois na medida em que os "mapas" obtidos de fato proverem informações sobre a organização dos conceitos, tanto no material instrucional como na men-

te de indivíduos, instrumentos potencialmente valiosos para a pesquisa em ensino de Física terão sido desenvolvidos.

REFERÊNCIAS

1. Harary, F., Norman, R.Z. and Cartwright, D. *Structural Models: an introduction to the theory of directed graphs*. New York: John Wiley & Sons., 1965.
2. Santos, C.A. e Moreira, M.A. "Instrumentos de medida para o mapeamento cognitivo de conceitos físicos". *Revista Brasileira de Física*, 9(3): 835-848, 1979.
3. Santos, C.A. e Moreira, M.A. "Aplicação da análise multidimensional ao mapeamento cognitivo de conceitos físicos". *Revista Brasileira de Física*, 9(3): 849-858, 1979.
4. Shavelson, R.J. "Methods for examining representation of a subject-matter structure in a student's memory". *Journal of Research in Science Teaching*, 11(3): 231-249, 1974.
5. Santos, C.A. "Aplicação da análise multidimensional e da análise de agrupamentos hierárquicos ao mapeamento cognitivo de conceitos físicos". *Dissertação de Mestrado*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 1978.
6. Resnick, R. e Halliday, D. *Física*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, V. II-1, pp. 1-181, 1974.
7. Shavelson, R.J. "Some aspects of the correspondence between content structure and cognitive structure in physics instruction". *Doctoral dissertation*. Stanford: Stanford University, 1971.
8. Costa, R.C. "Estudo comparativo entre a estrutura do conteúdo e a estrutura cognitiva do professor e a do aluno". *Dissertação de Mestrado*. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 1980.
9. A análise multidimensional é uma técnica estatística tal que, dadas $n(n-1)/2$ medidas de proximidade (distâncias, correlações ou similaridades) entre n objetos (pontos, estímulos, conceitos), estabelece uma configuração de n pontos, em um espaço euclidiano, de modo que as distâncias e as medidas de proximidade sejam monotonicamente relacionadas.