

## **Influência da Posse dos Objetivos Comportamentais sobre o Rendimento do Aluno no Ensino da Física\***

MARIA MITSUKO OKUDA

*Departamento de Didática da Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO*

MARIO YOSHIHIRO OKUDA

*Departamento de Física do Instituto de Matemática e Física, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO*

Recebido em 12 de Dezembro de 1977

The purpose of this study was to determine the effects of the communication of behavioral objectives to students. The 64 subjects who registered in Physics III were randomly assigned to a behavioral objective group and a non behavioral group. To analyse the effects of independent variable, it was used the scores of the students on pretest, posttest and unit tests. The results indicated that the subjects having knowledge of behavioral objectives prior to instruction showed greater achievement than those who received non behavioral objectives.

O propósito do presente estudo foi determinar os efeitos da comunicação aos alunos de objetivos formulados em termos comportamentais sobre o seu rendimento. Os 64 alunos matriculados em duas turmas da disciplina Física Geral III foram aleatoriamente designados a um grupo que teria conhecimento dos objetivos comportamentais e outro que teria conhecimento somente de objetivos não-comportamentais. Utilizaram-se como medida de comparação, dos efeitos da variável independente, resultados do pré-teste, pós-teste e testes de unidades. Os resultados indicaram que os sujeitos que recebem objetivos comportamentais, antes da instrução, apresentam maior rendimento do que aqueles que recebem objetivos não-comportamentais.

---

\* Esta pesquisa teve o auxílio financeiro da COPERCOPE-UFG.

## 1. INTRODUÇÃO

A forma de explicitar os objetivos de ensino tem sido objeto de estudo de educadores e especialistas em currículos e em avaliação. Alguns anos de debates e pesquisas em torno de assunto testemunham o quanto é polêmico. Atualmente percebe-se uma divergência na literatura educacional concernente ao tema. Por um lado, autores como Mager<sup>1</sup>, Popham<sup>2</sup>, Miles e Robinson<sup>3</sup> e Cagné<sup>4</sup> defendem o uso de objetivos expressos em termos comportamentais. Por outro lado, autores como Eisner<sup>5</sup>, Ebel<sup>6</sup>, Raths<sup>7</sup> e Kneller<sup>8</sup> se opõem à especificação de objetivos de ensino em termos comportamentais.

A despeito da existência dessas posições divergentes, talvez seja necessário se considerar não somente como os objetivos de ensino devam ser fixados, mas também a maneira como eles podem ser melhor utilizados na situação ensino-aprendizagem, de modo a influenciar favoravelmente o rendimento do aluno.

Com essa finalidade algumas investigações foram realizadas, e os resultados a que chegaram são, porém, contraditórios.

Entre os estudos que mostram influência de se comunicar objetivos formulados comportamentalmente aos alunos, sobre o seu rendimento, citam-se os de Dalis<sup>9</sup>, Morse e Tillman<sup>10</sup> e Hastings<sup>11</sup>.

Os resultados do estudo de Dalis<sup>9</sup> indicam que os alunos que recebem objetivos precisos, antes da instrução, são influenciados favoravelmente em seu rendimento. Este estudo foi realizado tendo por sujeito alunos de *High School* de escola pública, na área de Educação para a Saúde.

Resultados semelhantes foram encontrados por Morse e Tillman (Ref.10) com alunos de graduação, em Introdução à Psicologia Educacional.

Trabalhando com alunos de pós-graduação, na disciplina Pesquisa Educacional, Hastings<sup>11</sup> demonstrou que a posse de objetivos comportamentais associada à aprendizagem independente leva a um rendimen-

to maior do que o ensino convencional sem comunicar os objetivos aos alunos.

Outros estudos mostram que não há diferença estatisticamente significativa entre o rendimento de alunos que recebem e aqueles que não recebem, antes da instrução, objetivos comportamentais. Entre eles, citam-se os de Jenkins e Deno<sup>12</sup>, Merrill e Towle<sup>13</sup> e Domingues<sup>14</sup>.

Jenkins e Deno<sup>12</sup> conduziram um experimento, com alunos de graduação, na disciplina Psicologia Educacional, cujos resultados evidenciam que embora tivesse ocorrido aprendizagem significativa, o conhecimento (isto é, posse) de objetivos comportamentais ou não-comportamentais não influenciam diferencialmente o rendimento.

A esses mesmos resultados chegaram os estudos de Merrill e Towle<sup>13</sup>, apesar de que em situações diferentes. O experimento foi realizado em situação real de curso de pós-graduação, através de ensino individualizado sobre técnica de instrução programada.

Resultados comparáveis são também os de Domingues<sup>14</sup>. Nesse estudo, porém, o autor estuda a influência da apresentação ou não de objetivos comportamentais, sobre a aprendizagem de material impresso.

A preocupação básica desses estudos era verificar se a comunicação, aos alunos, de objetivos comportamentais facilita mais a aprendizagem do que a comunicação de objetivos não-comportamentais.

Por outro lado alguns estudos comparam os efeitos do uso, por parte dos professores, de objetivos comportamentais e não-comportamentais sobre o rendimento dos alunos. Os resultados de um dos estudos deste tipo, realizado por Baker<sup>15</sup>, indicam que não há diferença significativa entre o rendimento de alunos ensinados por professores que usam objetivos comportamentais e o rendimento de alunos ensinados por professores que usam objetivos não-comportamentais, na disciplina Ciências Sociais, em nível de *High School*.

Nesses estudos apresentados verifica-se que muitos deles (Dallis<sup>9</sup>, Morse e Tillman<sup>10</sup>, Jenkins e Deno<sup>12</sup>, Domingues<sup>14</sup> e Baker<sup>15</sup>) uti-

lizam-se de tarefas de curta duração em situações especialmente criadas para a investigação do problema proposto.

O propósito deste estudo foi investigar, numa situação acadêmica real de ensino de Física, em nível de graduação, se o rendimento do estudante pode ser significativamente influenciado, pelo fornecimento a estes, antes da instrução, de informações precisas do que se espera deles após a instrução.

## 2. MÉTODO

### Sujeitos

Os sujeitos que participaram do experimento eram os 64 alunos matriculados na disciplina Física Geral III<sup>16</sup>, no primeiro semestre de 1976, do Instituto de Matemática e Física da Universidade Federal de Goiás. Esses alunos, divididos em duas turmas no ato da matrícula, foram designados, aleatoriamente, grupo experimental e grupo controle.

### Materiais

i. *Conteúdo do programa de Física Geral III* - curso básico de eletricidade, contendo as seguintes unidades: Cargas elétricas, O campo elétrico, Capacitores e dielétricos, Fluxo de cargas elétricas, e O campo magnético.

ii. *Procedimento de ensino* - aulas expositivas com os seguintes recursos auxiliares: textos convecionais, textos programados, textos dirigidos, projeção de transparências. Esses materiais foram especialmente elaborados para o curso, por um dos autores dessa pesquisa.

iii. *Instruções* - material escrito (mimeografado) entregue no início de cada unidade e sub-unidade. As instruções destinadas ao grupo experimental destacavam especialmente os comportamentos que deveriam ser evidenciados naquela unidade e sub-unidade, as condições instrucionais que seriam oferecidas para esse fim, e o critério de desempenho que de-

veria ser alcançado. Em última análise, comunicou-se, em termos comportamentais (Mager<sup>1</sup>), os objetivos da instrução. Para o grupo controle, esses objetivos eram não-comportamentais, isto é, informou-se, em lugar do comportamento esperado, ítems do programa que seriam estudados, sem estabelecer padrão mínimo de desempenho.

iv. *Listas de exercícios* - contendo questões abertas e resolução de problemas, tendo em vista os objetivos das respectivas sub-unidades.

v. *Testes* - pré-teste, pós-teste e testes de unidades. O pré-teste e pós-teste consistiram num mesmo teste contendo 50 itens objetivos de múltipla escolha de cinco alternativas diretamente relacionadas aos objetivos do curso. O coeficiente de fidedignidade deste teste usando a fórmula 20 de Kuder Richardson<sup>17</sup> foi de 0.982. Os testes de unidades continham 10 itens objetivos de múltipla escolha de cinco alternativas e dois ou três problemas relacionados aos respectivos objetivos.

Dessa relação de materiais, apresentada acima, apenas as instruções eram diferentes para os dois grupos, especialmente, no que se refere aos objetivos (comportamentos) das unidades e sub-unidades e o critério de desempenho.

Em anexo estão, a título de exemplo, os seguintes materiais referentes à 3a. sub-unidade da Unidade 2: instruções, ítems do teste da sub-unidade e ítems do teste final (Anexos 1, 2, 3,4).

## Procedimentos

Para a condução do experimento utilizou-se um grupo experimental (28 sujeitos) e um grupo controle (36 sujeitos) com aplicação de testes de rendimento ao final de cada unidade e ao término de curso (pós-teste).

Os testes de final de unidade, com exceção da 1a. unidade, foram administrados com o objetivo de se efetuar a comparação dos dois grupos quanto à influência da variável independente: comunicação dos objetivos comportamentais, sobre a variável dependente: rendimento dos alunos. A aplicação do pós-teste teve essa mesma finalidade, além de servir como medida do grau de aprendizagem.

Aplicou-se ainda, antes de iniciar o curso um pré-teste com a finalidade de se comparar a equivalência dos grupos em termos de grau de competência quanto aos objetivos propostos, e também para se determinar o nível de entrada para posteriormente se averiguar o grau de aprendizagem. Para se determinar a equivalência dos grupos quanto ao nível mental aplicou-se um teste de inteligência geral.

O teste de rendimento da 1.ª unidade foi aplicado como controle ainda dessa equivalência de grupos, após uma situação instrucional, sem a introdução da variável independente.

Um esquema do procedimento experimental adotado neste estudo é apresentado a seguir:

UNIDADES	GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO CONTROLE
	Pré-teste e teste de nível mental	Pré-teste e teste de nível mental
1	Teste de rendimento	Teste de rendimento
2, 3, 4, 5	Objetivos comportamentais e testes de rendimento	Objetivos não-comportamentais e testes de rendimento
	Pós-teste	Pós-teste

Para o desenvolvimento das unidades um único professor (um dos autores da pesquisa) ministrou as aulas aos dois grupos usando os mesmos procedimentos de ensino.

Ao início de cada unidade e sub-unidade, o professor distribuía os materiais de estudo mimeografados, precedidos das instruções. Essas instruções eram lidas e discutidas com a classe, enfatizando, no grupo experimental, os aspectos: condição, comportamento e critério dos objetivos.

Pouco antes do término de cada sub-unidade os alunos recebiam a lista de exercícios, que depois de resolvidos deveriam ser entregues para correção.

O desempenho mínimo exigido dos alunos do grupo experimental deveria ser evidenciado nos exercícios de cada sub-unidade. No entanto, os alunos dos dois grupos recebiam *feedback* do grau de desempenho no exercício e eram orientados para refazer questões incorretas. Essas listas de exercícios foram instrumentos utilizados para atribuir "notas de conceitos" (V.nota 18) aos alunos.

### 3. RESULTADOS

Os dados obtidos durante este estudo foram os seguintes: escores do pré-teste, escores do pós-teste e escores dos testes das unidades.

As médias e desvios-padrão referentes ao pré-teste, pós-teste e teste das unidades dos grupos experimental e controle, e os respectivos índices de significância da diferença das médias são apresentados na Tabela 1.

Os índices de significância da diferença das médias entre os dois grupos foram calculados utilizando-se do teste t a nível de 0,05. Segundo os valores obtidos para t, somente as unidades 2, 3 e 5 tiveram diferenças significativas, todas a favor do grupo experimental.

Incluem-se ainda, nesta seção, os dados referentes às notas de laboratório<sup>19</sup>, obtidas pelos alunos dos dois grupos, que são de importância para a discussão dos resultados. As médias, os desvios-padrão dos dois grupos e o índice de significância da diferença encontram-se na Tabela 2.

Os resultados obtidos demonstram que a diferença a favor do grupo controle é significativa a nível de 0,05.

A tabela 3 apresenta dados médios referentes aos escores obtidos pelos alunos durante o curso (média parcial<sup>18</sup>), dados médios referentes ao pós-teste (exame final) e a diferença entre estes dois va-

Tabela 1 - Médias e desvios-padrão do pré-teste, pós-teste e testes de unidades

Testes	GRUPO EXPERIMENTAL			GRUPO CONTROLE			t
	Média	Desvio padrão	nº de alunos	Média	Desvio padrão	nº de alunos	
Pré-teste	0,90	0,71	25	1,06	0,78	35	0,80
Pós-teste	6,48	1,28	27	6,51	0,96	36	0,10
Unidade 1	5,36	2,09	28	5,40	1,73	36	0,08
Unidade 2	5,93	1,84	28	4,90	1,81	34	2,18
Unidade 3	6,56	1,36	28	5,60	1,47	36	2,65
Unidade 4	5,25	1,50	25	4,81	1,54	31	1,06
Unidade 5	5,84	1,66	27	4,91	1,85	36	2,03

Tabela 2 - Médias e desvios-padrão das atividades de Laboratório

Grupo	Média	Desvio-padrão	t
Grupo Experimental	7,52	1,17	7,63
Grupo Controle	8,30	1,19	

lores. Esses dados médios foram obtidos como segue: (a) médias das médias parciais de cada uma das sete classes formadas a partir do agrupamento em intervalos de 0,5 pontos, depois de distribuídas em ordem crescente; (b) média dos escores do pós-teste dos respectivos alunos de cada classe.

Nesta tabela foram excluídas as médias parciais inferiores a 4,5 e superiores a 8,0 por constituírem classes de apenas dois alunos.

Tabela 3 - Dados médios das médias parciais, do pós-teste e diferenças (V. Texto)

M E D I A		Diferença	N? de alunos
Média parcial	Pós-Teste		
4,65	5,73	+ 1,08	9
5,27	6,26	+ 0,99	9
5,73	6,45	+ 0,72	8
6,09	6,44	+ 0,35	11
6,78	6,76	- 0,02	10
7,935	7,24	- 0,11	5
7,64	7,20	- 0,44	-

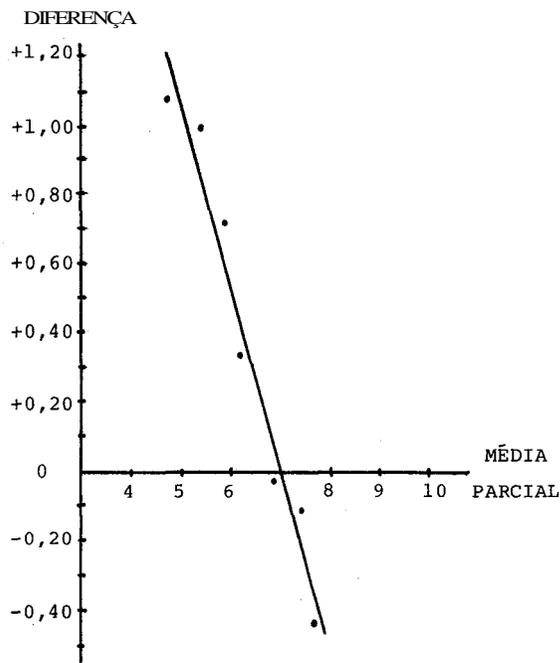


FIGURA 1 - Gráfico da Variação da Diferença em função da Média Parcial (V. Texto)

$$\frac{\partial G}{\partial \underline{z}} + \int_U d\underline{u}' \underline{v}(\underline{u}') \cdot \frac{\delta G}{\delta \underline{x}(\underline{u}')} = \left\langle R[\underline{N}(\underline{u}), \underline{x}(\underline{u})] F[\underline{N}(\underline{u}), \underline{x}(\underline{u})] \right\rangle, \quad (32)$$

where

$$F[\underline{N}(\underline{u}), \underline{x}(\underline{u})] = \exp \left[ \int_U d\underline{u} N(\underline{u}) \underline{x}(\underline{u}) \right], \quad (33)$$

$$R[\underline{N}(\underline{u}), \underline{x}(\underline{u})] = G^w[\underline{N}(\underline{u}), \underline{x}(\underline{u})] - G^w[\underline{N}(\underline{u}), 0] \quad (34)$$

and  $G^w$  is the exponential pgf of the transition probability, namely

$$G^w[\underline{N}(\underline{u}), \underline{x}(\underline{u})] = \int_H d\Delta N W_{\Delta N, N} F[\Delta N, \underline{x}] \quad (35)$$

with, according to Eq.(10) and (25),

$$G^w[\underline{N}(\underline{u}), 0] = \Gamma_{\underline{N}(\underline{u})} \quad (36)$$

## 5.2 – Kinetic Equations for Central Averages

Combining Eq. (18) through (20) with Eq. (23) and (27), we obtain the

a) kinetic equation for the central local moment

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_k^{\text{loc}}}{\partial t} + \underline{v}_{-1} \cdot \nabla_{-1} m_k^{\text{loc}} + k m_{k-1}^{\text{loc}} \underline{v}_{-1} \cdot \nabla_{-1} \bar{N}_1 &= \\ &= \sum_{j=1}^k \binom{k}{j} \left\langle \mathcal{D}_j[\underline{N}(\underline{u}), \underline{u}_1] n(\underline{u}_1)^{k-j} \right\rangle; \end{aligned} \quad (37)$$

b) kinetic equation for the central non-local moment

$$\frac{\partial m_k}{\partial t} + \sum_{j=1}^k \underline{v}_j \cdot \nabla_j m_k + \sum_{j=1}^k m_{k-1}^{(j)} \underline{v}_j \cdot \nabla_j \bar{N}_j =$$

## 4.1 – Non-central averages

Three types of non-central averages will be considered:

a) the local moment

$$M_k^{\text{loc}}(\underline{u}_1, \underline{v}_1, t) = \left\langle N(\underline{u}_1)^k \right\rangle ; \quad (14)$$

b) the non-local moment

$$M_k(\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_k, \underline{v}_1, \dots, \underline{v}_k, t) = \left\langle N(\underline{u}_1) \dots N(\underline{u}_k) \right\rangle ; \quad (15)$$

c) the exponential pgf

$$G[\underline{x}(\underline{u}), \underline{u}, \underline{v}, t] = \left\langle \exp \left[ \int_U \underline{d}\underline{u} N(\underline{u}) \underline{x}(\underline{u}) \right] \right\rangle . \quad (16)$$

It is worth mentioning that the corresponding F-functionals associated to Eq.(14) through (16) do not depend explicitly on  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  and  $t$ .

## 4.2 – Central Averages

Similar definitions can be given for functionals acting on the central variable

$$n(\underline{u}) = N(\underline{u}) - \bar{N}(\underline{u}, \underline{v}) . \quad (17)$$

The definitions are:

a) the central local moment

$$m_k^{\text{loc}}(\underline{u}_1, \underline{v}_1, t) = \left\langle \left[ N(\underline{u}_1) - \bar{N}(\underline{u}_1, \underline{v}_1) \right]^k \right\rangle ; \quad (18)$$

b) the central non-local moment

$$m_k(\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_k, \underline{v}_1, \dots, \underline{v}_k, t) = \left\langle \left[ N(\underline{u}_1) - \bar{N}(\underline{u}_1, \underline{v}_1) \right] \dots \left[ N(\underline{u}_k) - \bar{N}(\underline{u}_k, \underline{v}_k) \right] \right\rangle \quad (19)$$

sa análise mostrou a falta de precisão na formulação do objetivo. Portanto, é bastante provável que esta falha seja responsável pela falta de diferenças.

No pós-teste as diferenças entre os grupos também não foram estatisticamente significantes. Ocorre que este experimento foi conduzido em situação real de ensino, e o pós teste serviu para fins de nota de exame final. A nota que os alunos obtêm nesse exame tem um forte peso como medida de aprovação na disciplina. Essa medida de aprovação foi dada pelo resultado de:

$$\text{Nota final} = \frac{\text{Média parcial} + \text{Exame final}}{2} \quad (\text{V. Nota 18})$$

O resultado do pós-teste poderia ter sido afetado pelo fator "nota no exame final para aprovação na disciplina". Essa suposição é confirmada pelos dados da Tabela 3 e Figura 1. Os dados da Tabela 3 mostram a proporção inversa das diferenças entre as notas de exame final e as médias parciais, comprovada pelo alto coeficiente de correlação linear. Conclui-se que os alunos estudaram o suficiente para obter uma nota que lhes garantisse a aprovação (em torno de 7,0). Em outras palavras, os alunos que tinham as menores médias tiveram que estudar muito mais; os alunos que tinham as maiores médias, provavelmente, puderam se dedicar mais a outras disciplinas, cujos exames eram na mesma ocasião. Essa aprendizagem de grande quantidade de informações, em pouco tempo (véspera do exame), pode ter sido eficaz na retenção imediata, mas põe em dúvida a retenção do aprendido após um certo período de tempo (Ebbinghaus<sup>22</sup>, Perkins<sup>23</sup>, Austin<sup>24</sup>).

Além disso, as médias de laboratório influem na média parcial (V. nota 18). Essas médias no grupo controle foram significativamente superiores ao grupo experimental (V. Tabela 2). Considerando que a média de conceito reflete o desempenho dos alunos nas unidades, resulta que, sobretudo por influência da média de laboratório, as notas que os alunos obtiveram no exame final, "condicionados", à aprovação na disciplina, não podem ser explicadas apenas pelo tratamento efetuado.

Pelo exposto, conclui-se que a comunicação dos objetivos comportamentais aos alunos, antes da instrução, influencia favoravelmente o seu rendimento. Entretanto, é preciso que estes objetivos sejam estabelecidos claramente; caso contrário, seu valor na aprendizagem é duvidoso.

Este estudo estende os resultados do estudo de Dalis<sup>9</sup>, realizado em *high school*, para o nível de graduação.

A presente pesquisa confirma ainda os resultados dos estudos de Morse e Tillman<sup>10</sup> e de Hastings<sup>11</sup>, embora este último fosse realizado com alunos de pós-graduação, associando objetivos comportamentais à aprendizagem independente.

Por outro lado, os resultados dessa pesquisa contrariam os de Jenkins e Deno<sup>12</sup>, Merrill e Towle<sup>13</sup> e Domingues<sup>14</sup>. Esses estudos, no entanto, apresentam algumas variações em relação à presente pesquisa. Jenkins e Deno e Domingues conduziram o experimento em situação não-acadêmica, ou seja, criaram especialmente a situação experimental, usando tarefas cuja realização exigiu poucas horas, para alunos de graduação e pós-graduação, respectivamente. Merrill e Towle, por sua vez, desenvolveram a pesquisa com alunos de pós-graduação em instrução individualizada.

Os resultados do presente estudo também não confirmam os de Baker<sup>15</sup>, apesar de o tratamento envolver uso de objetivos comportamentais e não comportamentais apenas pelos professores. No entanto, como a própria autora afirma, a diferença não significativa entre os rendimentos dos alunos dos diferentes grupos pode ser explicada pela falta de entendimento dos objetivos, por parte dos professores.

Finalmente, os autores sugerem, pelos resultados dessa pesquisa, que se investiguem no ensino de prática de laboratório de Física, o uso de objetivos comportamentais; e, a validade de se usar o exame final como instrumento, pelo menos com tanto peso, de avaliação da capacidade dos alunos para serem aprovados ou reprovados na disciplina.

$$\frac{\partial P[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}, t]}{\partial t} + \int_U d\underline{u}' \underline{\nu}(\underline{u}') \cdot \frac{\delta P[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}, t]}{\delta \underline{\chi}(\underline{u}')} = \int_H dN' \left[ Q_{NN'} P[\underline{N}', \underline{\chi}, \underline{\nu}, t] - Q_{N', N} P[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}, t] \right] \quad (11)$$

Two kinds of solutions of Eq.(11) will be considered:

- 1) the steady-state (time-independent) solution  $P_s[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}]$ ;
- 2) the conditional solution  $P[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}, t | N_0, \underline{\chi}_0, \underline{\nu}_0, t_0]$ .

A steady-state solution may exist when  $Q_{NN'}$  is time-independent. A conditional solution may be obtained by solving Eq.(11) subjected to the initial condition  $\delta[N-N_0]$  at  $t=t_0$

We term RHS and LHS the right and left hand sides of Eq.(11) as well as of its transformations that will appear in the sequel.

#### 4. MOMENTS AND PROBABILITY GENERATING FUNCTIONALS

The average of a generally non-linear functional  $F$  is defined in the usual way

$$\langle F[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}, t] \rangle = \int_H dN P[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}, t] F[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}, t] \quad (12)$$

a similar definition holding for the steady-state average

$$\langle F[\underline{N}, \underline{\chi}, \underline{\nu}] \rangle_s$$

A special notation is reserved for the steady-state average of the state variable at the phase space point  $\underline{u}=\underline{u}_1$

$$\bar{N}(\underline{\chi}_1, \underline{\nu}_1) = \bar{N}(\underline{\chi}(\underline{u}_1), \underline{\nu}(\underline{u}_1)) = \langle N(\underline{u}_1) \rangle_s \quad (13)$$

Averages of several kinds of  $F$ -functional will now be defined.

also avoid the unnecessary complications of the quantum **statistical me-**  
**chanics model**, since quantum effects (except for those **already lumped in**  
**the cross sections**) are not expected to **influence** the results. **Further-**  
**more**, our **functional** formulation yields a single forward equation which  
 carries **all** information at **all** phase space points, in the **sence** that **mo-**  
**ments and correlations** of any order at different phase space points can  
 be obtained from the **same master** equation.

To keep only its essential features, the theory presented is  
 based on the prompt neutron, zero power reactor **model**. Extensions that  
 take into account delayed neutrons and counts are sketched in the **Appen-**  
**dix**.

As has been shown by **Watson<sup>11</sup>**, high order moments of state **va-**  
**riables** including delayed neutron precursors are easier to obtain in **ma-**  
**trix** form directly from the **master** equation instead of through **successi-**  
**ve** derivations of the pgf. However, an equation for the pgf is obtained  
 here as a by-product. This may serve as a guide-line for the derivation  
 of pgf equations that include counts in the state variable as well (**ana-**  
**lysis** of a few noise experiments still requires the **approximate** solutions  
 of these equations).

The development of the theory is carried out as far as possible  
 independent of the **particular** form of transition probabilities involved.  
 These are introduced at a later stage so that **explicit** equations for **mo-**  
**ments and correlations** up to an arbitrary order can be derived.

**2. THE PROBABILITY DENSITY FUNCTIONAL**

The stochastic transport of neutrons will be formulated in terms  
 of a probability density functional of the neutron density, position, and  
 velocity functions

$$\begin{array}{ll}
 N : U \rightarrow \mathbb{R}^1 & N \in H \\
 \tilde{x} : U \rightarrow \mathbb{R} & \tilde{x} \in H_x \\
 \tilde{v} : U \rightarrow V & \tilde{v} \in H_v
 \end{array}$$

## ANEXO 1

Instrução da 3a. sub-unidade da Unidade 2 - Grupo Experimental

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E FÍSICA

Departamento de Física

Disciplina: FÍSICA GERAL III

Prof. MÁRIO YOSHIHIRO OKUDA

Unidade 2

### INSTRUÇÃO

Passando para a terceira sub-unidade da Unidade 2, você terá um estudo dirigido e aulas expositivas, a fim de que você seja capaz de demonstrar os seguintes comportamentos

Deduzir e interpretar a Lei de Gauss e aplicá-la no cálculo do Campo Elétrico
---

Como nas primeiras vezes, esta sub-unidade culmina com uma lista de exercícios que deverá ser resolvida, no máximo, em uma semana. Qualquer dúvida na resolução, o monitor poderá esclarecê-la.

Um desempenho mínimo de 90% nestes exercícios é um bom caminho para você conseguir alcançar os objetivos das unidades subsequentes.

## ANEXO 2

Instrução da 3a. sub-unidade da Unidade 2 - Grupo Controle

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E FÍSICA  
Departamento de Física

Disciplina: FÍSICA GERAL III

Prof. MÁRIO YOSHIHIRO OKUDA

Unidade 2

### INSTRUÇÃO

Passando para a terceira sub-unidade da Unidade 2, você terá um estudo dirigido e aulas expositivas para ter conhecimento dos seguintes conteúdos, respectivamente:

- |  |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"><li>1. Fluxo do campo elétrico</li><li>2. A lei de Gauss</li></ol> |
|--|

Como nas primeiras vezes, esta sub-unidade culmina com uma lista de exercícios que deverá ser resolvida, no máximo, em uma semana. Qualquer dúvida na resolução, o monitor poderá esclarecê-la.

O desempenho **satisfatório** nestes exercícios é um bom caminho para o entendimento dos próximos assuntos.

$$+ \sum_{\underline{v}} \int_U d\underline{u} \int_U d\underline{u}' [e^{v\underline{x}(\underline{u}) - \underline{x}(\underline{u}') - 1}] v' N(\underline{u}') \delta(\underline{\lambda} - \underline{\lambda}') \Sigma_p(\underline{\lambda}; \underline{v}' \rightarrow \underline{v}; \underline{v}) \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \Delta R[\underline{x}(\underline{u}), \underline{u}'] &= [e^{-\underline{x}(\underline{u}') - 1}] v' \Sigma_e(\underline{\lambda}', \underline{v}') \\ &+ \sum_{\underline{v}} \int_U d\underline{u} [e^{v\underline{x}(\underline{u}) - \underline{x}(\underline{u}') - 1}] v' \delta(\underline{\lambda} - \underline{\lambda}') \Sigma_p(\underline{\lambda}; \underline{v}' \rightarrow \underline{v}; \underline{v}) \end{aligned} \quad (70)$$

## APPENDIX A – Stochastic Transport with Delayed Neutrons

The functional approach presented so far can be easily extended in order to include delayed neutron precursors in the model. We do not intend to duplicate here all results that have been obtained in the framework of the prompt neutron model but rather indicate the main points which have to be modified.

The state variable containing the neutron density,  $Y_0(\underline{u}) = N(\underline{u})$ , and the precursor densities,  $Y_j(\underline{u})$ ,  $j=1, \dots, d$ , in phase space is denoted by

$$\underline{Y}(\underline{u}) = \text{col.} [Y_0(\underline{u}) \quad Y_1(\underline{u}) \quad \dots \quad Y_d(\underline{u})] . \quad (\text{A.1})$$

With the assumption that the precursors are fixed in the position space, we have

$$Y_j(\underline{u}) = C_j(\underline{\lambda}) \delta(\underline{v}) \quad j=1, \dots, d \quad (\text{A.2})$$

The probability density functional is defined in terms of the state variable, the position and velocity functions, and time,

$$P[\underline{Y}(\underline{u}), \underline{r}_0(\underline{u}), \dots, \underline{r}_d(\underline{u}), \underline{v}_0(\underline{u}), \dots, \underline{v}_d(\underline{u}), t] ,$$

at the point

Therefore,  $m_{21}$  is the solution of the equation

$$\frac{\partial m_{21}}{\partial t} + B_2 m_{21} = 0 \quad (58)$$

$$m_{21}(\underline{u}_2, t_1; \underline{u}_1, t_1) = m_2^S(\underline{u}_1, \underline{u}_2) \quad ,$$

where

$$m_2^S(\underline{u}_1, \underline{u}_2) = \left\langle n(\underline{u}_2, t_1) n(\underline{u}_1, t_1) \right\rangle_S \quad (59)$$

## 6. TRANSITION PROBABILITY FOR THE NEUTRON TRANSPORT PROCESS

We shall make the usual assumption that the only possible transition events are source emission, capture and production (scattering and fission). Moreover, in a vanishingly small time interval, the probability of occurrence of more than one type of event at more than one phase space point is also vanishingly small. Therefore, all events at all phase space points are independent of each other and the total transition probability is made up of summed contributions of every individual event and integrated contributions of every phase space point.

The net variation of the number of incoming ( $\underline{u}'$ ) and outgoing ( $\underline{u}''$ ) neutrons for each event is given in the table below

event	A incoming neutron ( $\underline{u}'$ )	A outgoing neutron ( $\underline{u}''$ )
source emission	0	1
capture	-1	0
production	-1	$\nu$

Table 1 - possible transition events for the prompt neutron model

## ANEXO 4

itens do teste final, referente à 3a. sub-unidade da Unidade 2

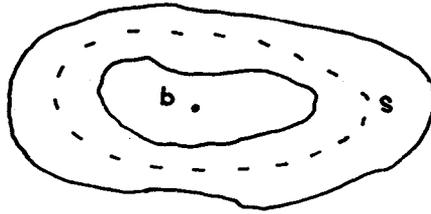
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E FÍSICA  
Departamento de Física

Disciplina: FÍSICA GERAL III

Prof. MÁRIO YOSHIHIRO OKUDA

### AVALIAÇÃO FINAL

12. Para um condutor esférico carregado positivamente é válida a afirmativa:
- a) o fluxo elétrico através de uma superfície esférica envolvendo o condutor é proporcional ao raio desta superfície.
  - b) o fluxo elétrico, através de uma superfície esférica que não envolve o condutor e está situada no seu exterior, depende do raio da esfera.
  - c) o fluxo elétrico, através de uma superfície esférica, no interior do condutor é proporcional à carga elétrica.
  - d) o fluxo elétrico, através de qualquer superfície fechada que envolve o condutor é proporcional à carga elétrica no seu interior.
  - e) todas as afirmativas acima estão erradas.
13. O fluxo elétrico através de uma superfície de Gauss, esférica, de raio igual a 2,0 m, que possui em seu interior uma carga  $q$ , será:
- a)  $\pi q/\epsilon_0$
  - b)  $2\pi q/\epsilon_0$
  - c)  $2q/\epsilon_0$
  - d)  $q/\epsilon_0$
  - e) zero
14. No interior de um condutor oco, isolado, coloca-se uma carga  $q$ , como mostra a figura 3. Pode-se afirmar que o fluxo através da superfície  $S$ , é:
- a)  $q/\epsilon_0$
  - b)  $EA \cos \theta$
  - c) zero



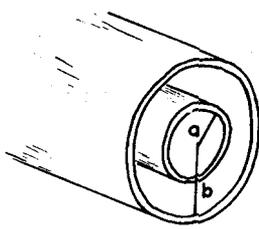
- d)  $\epsilon_0/q$
- e) nenhuma das resposta anteriores

15. A figura 4 representa um corte de dois cilindros concêntricos, muito longos, de raios  $a$  e  $b$ . Possuem uma carga  $\lambda$  por unidade comprimento mas de sinais opostos. As seguintes afirmações são feitas:

- I.  $E = 0$  para  $r < a$
- II.  $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 r$  para  $a < r < b$
- III.  $E = \lambda/2\pi\epsilon_0 b$  para  $r > b$

Assinale a alternativa correta

- a) As afirmativas I e II estão corretas
- b) As afirmativas I e III estão corretas
- c) As afirmativas II e III estão corretas
- d) Existe somente uma afirmativa correta
- e) Todas as afirmativas estão incorretas.



16. A figura 5 mostra um trecho de um plano (infinito) de carga, muito delgado e não condutor, de densidade superficial de carga  $\sigma$  (isto é, carga por unidade de área, medida em  $C/m^2$ ) constante. O valor de  $\vec{E}$  a uma distância  $r$  do plano é:

- a)  $\sigma/2\epsilon_0$
- b)  $\sigma/2\pi\epsilon_0$

Next, using Eq. (41) in Eq. (40), we obtain the RHS of the kinetic equation for the central exponential pgf

$$\text{RHS} = R[\bar{N}, x(u)]g + \Delta R \left[ \frac{\delta g}{\delta x(u)}, x(u) \right]. \quad (53)$$

Let  $\Delta \tilde{R}$  be the Kernel of the linear functional  $\Delta R$ . Then, we can write Eq. (40) in the form

$$\begin{aligned} & \frac{\partial g}{\partial t} + \int_U d\underline{u}' \underline{v}(\underline{u}') \cdot \frac{\delta g}{\delta \underline{x}(\underline{u}')} + g \int_U d\underline{u}' x(\underline{u}') \underline{v}(\underline{v}') \cdot \nabla N(\underline{x}', \underline{v}') \\ & = R[\bar{N}, x(\underline{u})]g + \int_U d\underline{u}' \Delta \tilde{R}[x(\underline{u}), \underline{u}'] \frac{\delta g}{\delta x(\underline{u}')}. \end{aligned} \quad (54)$$

### 5.3 — Kinetic Equation for the Second Order Covariance

Covariances of up to an arbitrary order can be derived taking into account the Markovian property of the stochastic process\*. The stationary second order non-local covariance, in particular, is defined by the doublet steady-state average

$$m_{21}(\underline{u}_2, t_2; \underline{u}_1, t_1) = \left\langle n(\underline{u}_2, t_2) n(\underline{u}_1, t_1) \right\rangle_S \quad (55)$$

Applying the conditional relation, given by Eq.(5), we obtain

$$m_{21}(\underline{u}_2, t_2; \underline{u}_1, t_1) = \left\langle m_1(\underline{u}_2, t_2 | t_1) n(\underline{u}_1, t_1) \right\rangle_S \quad (56)$$

where  $m_1$  is the solution of the first order moment equation

$$\frac{\partial m_1}{\partial t} + B_2 m_1 = 0 \quad (57)$$

$$m_1(\underline{u}_2, t_2 | t_1) = n(\underline{u}_2, t_1).$$

---

\* In fact, the derivation of only third and higher order covariances requires the Markovian property to be invoked.

$$= \sum_{j=1}^k \sum_{\substack{i_1 < \dots < i_j \\ =1}}^k \left\langle D_j \left[ N(\underline{u}), \underline{u}_{i_1}, \dots, \underline{u}_{i_j} \right] \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq i_1, \dots, i_j}}^k n(\underline{u}_i) \right\rangle, \quad (38)$$

where

$$m_{k-1}^{(j)} = m_{k-1}(\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_{j-1}, \underline{u}_{j+1}, \dots, \underline{u}_k, \underline{v}_1, \dots, \underline{v}_{j-1}, \underline{v}_{j+1}, \dots, \underline{v}_k, t); \quad (39)$$

c) kinetic equation for the central exponential pgf

$$\begin{aligned} \frac{\partial g}{\partial t} + \int \underline{u} \, d\underline{u}' \underline{v}(\underline{u}') \cdot \frac{\delta g}{\delta \underline{u}(\underline{u}')} + g \int \underline{u} \, d\underline{u}' x(\underline{u}') \underline{v}(\underline{u}') \cdot \nabla N(\underline{u}', \underline{v}') \\ = \left\langle R[N(\underline{u}), x(\underline{u})] F[n(\underline{u}), x(\underline{u})] \right\rangle, \end{aligned} \quad (40)$$

where  $F$  and  $R$  are given by Eq.(33) and (34).

We mention that the general central moments kinetic equations cannot be trivially obtained from the corresponding non-central equations and the transformation given by Eq. (17).

In order to simplify the kinetic equations further, we anticipate the result (c.f. Part 6)

$$R[N(\underline{u}), x(\underline{u})] = R[\underline{N}, x(\underline{u})] + \Delta R[n(\underline{u}), x(\underline{u})], \quad (41)$$

claiming that  $\Delta R$  is a linear functional of its argument  $n(\underline{u})$ .

From the general relations between moments and pgf derivatives, given by Eq.(21); and Eq.(41) and (31), we also obtain

$$D_j [N(\underline{u}), \underline{u}_1, \dots, \underline{u}_j] = D_j [\underline{N}, \underline{u}_1, \dots, \underline{u}_j] + \Delta D_j [n(\underline{u}), \underline{u}_1, \dots, \underline{u}_j], \quad (42)$$

with  $\Delta P_j$  linear with respect to  $n(\underline{u})$ .



Impresso por  
**W. Roth & Cia. Ltda.**  
R. Professor Pedreira de Freitas, 580  
Fones: 295-9684 e 295-9601  
**São Paulo**