

## **Escoamento de Fluidos Não Newtonianos em Sistemas Particulados\***

**A. SILVA TELLES**

*CNPq*

e

**G. MASSARANI**

*EQe COPPE/UF RJ*

Recebido em 5 de Maio de 1978

A constitutive equation describing the solid-fluid interaction in the flow of non-newtonian fluids through porous media and fluidized beds has been experimentally established. The result is a generalization of the Forchheimer quadratic equation, which is valid for a large class of fluids.

A equação constitutiva para o termo de interação sólido-fluido no escoamento de fluidos não-newtonianos é estabelecida experimentalmente em meios porosos fixos e fluidizados. Obtém-se uma generalização da forma quadrática de Forchheimer, válida para uma classe ampla de fluidos.

### **1. INTRODUÇÃO**

A importância do escoamento de fluidos não newtonianos em meios porosos está relacionada com as técnicas de recuperação terciária de petróleo e com o processamento de soluções poliméricas, polímeros fundidos, emulsões e suspensões na indústria química e farmacêutica.

---

\* Trabalho apresentado no Vº Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos, Rio de Janeiro, outubro de 1978.

No escoamento lento através de meios constituídos de partículas relativamente grandes, a previsão queda de pressão-vazão tem sido feita de modo satisfatório por meio da analogia capilar<sup>1-'</sup>. Neste modelo, a formulação pode ser estabelecida através de caminhos diferentes a partir da equação de Rabinowitsch, resultando equações que recaem na forma clássica de Darcy, no caso de fluidos newtonianos.

As situações que fogem a este contexto são consideradas de um modo genérico como "anormalidades". O primeiro destes casos ocorre no escoamento em meios de permeabilidade reduzida quando se verifica provavelmente a adsorção das longas moléculas poliméricas na matriz porosa<sup>9-12</sup>. A anormalidade se faz sentir tanto mais intensamente quanto menor a velocidade de percolação do fluido. Não se conhece ainda uma formulação que leve em conta os efeitos de adsorção; neste sentido, talvez fosse proveitoso seguir as tradições do estudo do escoamento de fluidos polares através de argilas<sup>13</sup>, já que os dois casos se assemelham globalmente.

A segunda "anormalidade" se refere ao escoamento a altas vazões em meios porosos, quando os chamados efeitos inerciais se fazem sentir. Neste caso, o modelo capilar - extensão para fluidos não newtonianos da equação de Ergun - conduz a estimativas satisfatórias<sup>14,15</sup>.

A terceira "anormalidade" é atribuída aos efeitos de tensões normais do fluido, genericamente associada à viscoelasticidade. Na verdade, nem se pode afirmar com segurança se alguma experiência mencionada na literatura comprove a existência de tais efeitos. Exemplificando, as anormalidades verificadas por Dauben e Menzie<sup>4</sup> para o polióxido de etileno Polyox WSR301 não são confirmadas, mesmo em condições mais desfavoráveis, pelas experiências de Massarani e Thirriot<sup>8</sup>. Do mesmo modo, seria impossível estender as conclusões de Marshall e Metzner<sup>16</sup> e de Wissler<sup>17</sup> para os resultados de Siskovic et al.<sup>18</sup>.

Dentro deste quadro um tanto quanto desconexo, procuramos no presente trabalho apresentar uma formulação mais ampla para o escoamento de fluidos não-newtonianos em meios porosos. O ponto de partida é a equação do movimento do fluido tal como obtida da Teoria de Misturos e nela procuramos, através da análise dimensional, uma forma constitutiva do termo de interação fluido-matriz porosa.

Consideramos o fluido como sendo um "fluido simples de Noll"<sup>19</sup> e o escoamento no meio poroso como sendo viscométrico, o que equivale essencialmente a adotar o modelo capilar.

A análise apresentada por Slattery<sup>20</sup>, em 1967, assemelha-se à nossa em seu plano geral, diferindo substancialmente, no entanto, na forma do tratamento e no grau de generalização dos resultados.

## 2. CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS

As leis básicas de conservação, que formam o núcleo da teoria do transporte em misturas, foram estabelecidas por Truesdell<sup>21</sup> e, mais tarde, generalizadas por Kelly<sup>22</sup>. Com base nestas equações e na expressão do crescimento da entropia na forma da desigualdade de Clausius-Dehem, diversos autores desenvolveram uma teoria de misturas capaz de descrever fenômenos desde a difusão molecular e as reações químicas, até o escoamento em meios porosos<sup>23,24</sup>.

Dentro da linha de idéias destes autores, as equações de continuidade e do movimento do fluido podem ser escritas do modo:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \rho) + \text{div} (\rho \underline{q}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left[ \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} (\underline{q}/\varepsilon) + \text{grad} (\underline{q}/\varepsilon) \underline{q} \right] = - \text{grad} p + \text{div} \underline{T} - \underline{m} + \rho \underline{g} \quad (2)$$

Nestas equações,  $\varepsilon$  é a porosidade do meio,  $p$  e  $\rho$  são respectivamente a pressão e a densidade do fluido,  $\underline{g}$  a força do campo exterior,  $t$  a variável tempo,  $\underline{q}$  a velocidade superficial do fluido relativa a uma referencial fixo  $\underline{\tilde{a}}$  matriz porosa,  $\underline{T}$  a tensão peculiar do fluido na mistura e  $\underline{m}$  a força exercida pelo fluido sobre a matriz porosa, excluindo o empuxo que compõe o termo de campo externo.

Como nossa análise é limitada aos sistemas em que a matriz porosa é indeformável, as equações básicas da fase sólida não tem maior importância e serão omitidas.

Formularemos, em seguida, hipóteses constitutivas que, apesar

de sua simplicidade, parecem compatíveis com os resultados conhecidos mesmo em condições de escoamento acelerado<sup>25</sup>: suporemos que a tensão  $\underline{T}$  e a força resistiva  $\underline{m}$  sejam, para um dado sistema fluido-matriz porosa, função da velocidade superficial  $\underline{q}$ ,

$$\underline{T} = \underline{G}(\underline{q}) \quad (3)$$

$$\underline{m} = \underline{f}(\underline{q}). \quad (4)$$

As funções  $\underline{G}$  e  $\underline{f}$  não são inteiramente arbitrárias, pois devem satisfazer a segunda lei da termodinâmica e ao princípio da invariância às mudanças de referencial. No caso de matriz porosa isotrópica, resulta que estas funções devem ser isotrópicas e, portanto, devem ter a seguinte forma, segundo teoremas de representação bem conhecidos:

$$\underline{T} = \alpha_1 (||\underline{q}||) \mathbf{1} + \alpha_2 (||\underline{q}||) \underline{q} \otimes \underline{q} \quad (5)$$

$$\underline{m} = \beta (||\underline{q}||) \underline{q}. \quad (6)$$

O conhecimento atual sobre a tensão  $\underline{T}$  é bastante escasso. Silva Telles e Fernandes<sup>26</sup> verificaram através de um número limitada de experiências que  $\alpha_2$  é praticamente nulo para fluidos newtonianos, podendo, no entanto, atingir valores significativos no caso de soluções não-newtonianas. Fazemos notar, no entanto, que nas aplicações mais importantes o escoamento é uniforme ( $\underline{q}$  uniforme) ou muito se aproxima desta condição, resultando das eqs. (2) e (3) para matrizes porosas homogêneas a equação

$$-(\text{grad } p - \rho \underline{g}) = \underline{m} \quad (7)$$

que não envolve o termo da tensão.

Este resultado constitui a forma da equação do movimento empregada *indiscriminadamente*, nem sempre de modo correto, na literatura de meios porosos. Evidencia claramente a importância da determinação da equação constitutiva para a força resistiva  $\underline{m}$ .

Em relação ao escoamento de fluidos newtonianos "inertes" a matriz porosa, um número substancial de experiências realizadas desde o

trabalho pioneiro de Darcy, em 1856, indica que a forma quadrática de Forchheimer se verifica corretamente<sup>2</sup>,

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k} \left[ 1 + \frac{c\sqrt{k} \rho \|\underline{q}\|}{\mu} \right] \underline{q} , \quad (8)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade do fluido,  $k$  a permeabilidade e  $c$  um fator adimensional ambos dependendo somente das propriedades geométricas da matriz porosa. A forma linear da eq.(8),

$$\underline{m} = \frac{\mu}{k} \underline{q} \quad (9)$$

constitui a famosa lei de Darcy, válida para o escoamento suficientemente lento em meios porosos.

Passemos, em seguida, ao escopo principal do trabalho que é o estabelecimento da equação constitutiva de  $\underline{m}$  para fluidos não newtonianos. Vamos admitir que o fluido pertença à classe ampla dos fluidos simples de Noll e suponhamos que o escoamento no meio poroso seja viscométrico<sup>19</sup>, o que equivale a adotar o modelo capilar.

No escoamento viscométrico a tensão nos fluidos simples é determinada por três funções materiais  $\tau(\lambda)$ ,  $\sigma_1(\lambda)$  e  $\sigma_2(\lambda)$ , onde  $\lambda$  é a taxa de distensão. A primeira determina as tensões cisalhantes e as duas últimas as tensões normais,

$$\begin{aligned} \tau(\lambda) &= \tau_{12} = \tau_{21} \\ \sigma_1(\lambda) &= \tau_{11} - \tau_{33} \\ \sigma_2(\lambda) &= \tau_{22} - \tau_{33} \end{aligned}$$

É possível demonstrar que

$$\begin{aligned} \tau(-\lambda) &= -\tau(\lambda) \\ \sigma_i(-\lambda) &= \sigma_i(\lambda), \quad i = 1, 2, \end{aligned}$$

e, assim, se estas funções possuírem três derivadas contínuas na origem, são válidas as equações:

$$\tau(\lambda) = \mu\lambda + \mu^1\lambda^3 + o(\lambda^5) ,$$

$$\sigma_z(\lambda) = S_z \lambda^2 + o(\lambda^4) ,$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\tau(\lambda)}{\lambda} = \mu , \quad (10)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \frac{\sigma_z(\lambda)}{\tau(\lambda)} = 0 . \quad (11)$$

A base do modelo capilar proposto reside na suposição de que as propriedades mecânicas de fluido que determinam a função material  $\underline{f}$ , eq. (4), sejam suas três funções viscométricas. Mais explicitamente, suporemos para a eq. (6) que

$$\underline{m} = \beta [\tau(\lambda^*), \sigma_1(\lambda^*), \sigma_2(\lambda^*), \rho, \varepsilon, d_0, \dots, d_n, \|\underline{q}\|] \underline{q} \quad (12)$$

onde  $d_i$  são parâmetros geométricos da matriz porosa com dimensões de comprimento e  $\lambda^*$  é um valor característico da taxa de distensão a ser determinado. Sendo  $\lambda^*$  uma grandeza cinemática, é lícito supor que dependa apenas da geometria e da velocidade

$$\lambda^* = \Gamma(\varepsilon, d_0, \dots, d_n, \|\underline{q}\|) . \quad (13)$$

O teorema fundamental da análise dimensional permite escrever para as eqs. (12) e (13):

$$\underline{m} = \frac{\tau(\lambda^*)}{d_0 \|\underline{q}\|} \psi \left[ \frac{\rho \|\underline{q}\|^2}{\tau(\lambda^*)}, \frac{\sigma_1(\lambda^*)}{\tau(\lambda^*)}, \frac{\sigma_2(\lambda^*)}{\tau(\lambda^*)}, \varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n \right] \underline{q} \quad (14)$$

$$\lambda^* = \frac{\|\underline{q}\|}{d_0} \Theta(\varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n) , \quad (15)$$

onde  $\alpha_i = d_i/d_0$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Sendo

$$\left. \frac{\partial \underline{m}}{\partial \underline{q}} \right|_{\underline{q}=0} = \lim_{\|\underline{q}\| \rightarrow 0} \left[ \frac{\tau(\lambda^*)}{d_0 \|\underline{q}\|} \psi \left[ \frac{\rho \|\underline{q}\|^2}{\tau(\lambda^*)}, \frac{\sigma_1(\lambda^*)}{\tau(\lambda^*)}, \frac{\sigma_2(\lambda^*)}{\tau(\lambda^*)}, \varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n \right] \right] ,$$

$$\varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n \left[ \begin{array}{c} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{array} \right],$$

resulta das eqs. (10), (11) e (15)

$$\frac{\partial m}{\partial \underline{q}} \Big|_{\underline{q}=0} = \frac{\mu}{d_0^2} \Theta(\varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n) \psi(0, 0, 0, \varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n) \underline{1} \quad (16)$$

e da eq. (9)

$$k = d_0^2 / \Theta(\varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n) \psi(0, 0, 0, \varepsilon, \alpha_1, \dots, \alpha_n). \quad (17)$$

Este último resultado corrobora o conhecimento comum de que a permeabilidade depende exclusivamente da morfologia da matriz porosa, quando o fluido é inerte em relação à matriz.

Tomando a permeabilidade como um dos parâmetros geométricos, que caracterizam a matriz porosa, obtemos das eqs. (14) e (15)

$$\bar{m} = \frac{\tau(\lambda^*)}{\sqrt{k} \|\underline{q}\|} \phi \left[ \frac{\rho \|\underline{q}\|^2}{\tau(\lambda^*)}, \frac{\sigma_1(\lambda^*)}{\tau(\lambda^*)}, \frac{\sigma_2(\lambda^*)}{\tau(\lambda^*)}, \varepsilon, \beta_1, \dots, \beta_n \right] \underline{q}, \quad (18)$$

$$\lambda^* = \frac{\|\underline{q}\|}{\Omega \sqrt{k}}, \quad (19)$$

onde  $\beta_i = d_i / \sqrt{k}$ ,  $i = 1, \dots, n$ , e  $R$  é fator geométrico.

Finalmente, em analogia à forma quadrática de Forchheimer, eq. (8), e em concordância com esta mesma forma na redução para fluidos newtonianos, resulta da eq. (18)

$$\bar{m} = \frac{\tau(\|\underline{q}\| / \Omega \sqrt{k})}{\sqrt{k} \|\underline{q}\|} \Omega \left[ 1 + \frac{c \rho \|\underline{q}\|^2}{\Omega \tau(\|\underline{q}\|) \Omega \sqrt{k}} + c_1 \frac{\sigma_1(\|\underline{q}\|) \Omega \sqrt{k}}{\tau(\|\underline{q}\|) \Omega \sqrt{k}} + c_2 \frac{\sigma_2(\|\underline{q}\|) \Omega \sqrt{k}}{\tau(\|\underline{q}\|) \Omega \sqrt{k}} \right] \underline{q} \quad (20)$$

sendo  $c_1$  e  $c_2$  fatores geométricos.

Este resultado, inserido na equação do movimento, eq.(7), permite estabelecer a relação pressão e velocidade no escoamento de fluido simples de Noll através de matriz indeformável. Leva em conta, numa mesma expressão, os denominados efeitos inerciais, através do número de Reynolds

$$Re = \frac{c}{\Omega} \frac{\rho \| \underline{q} \|^2}{\tau(\| \underline{q} \| / \Omega \sqrt{k})} \quad (21)$$

e os efeitos de tensões normais, através dos números de Deborah

$$De_i = c_i \frac{\sigma_i(\| \underline{q} \| / \Omega \sqrt{k})}{\tau(\| \underline{q} \| / \Omega \sqrt{k})}, \quad i = 1, 2. \quad (22)$$

Fazemos notar ainda que o mesmo resultado constitui uma generalização daqueles obtidos por diversos autores para o escoamento suficientemente lento<sup>1-8</sup> e para o escoamento a vazões maiores<sup>14-15</sup>; difere, no entanto, no valor do expoente do número de Deborah em relação ao resultado de Weisler<sup>17</sup>: segundo este autor, teríamos  $De_1^2$  na eq.(20). Pode-se verificar também que a formulação proposta não leva em conta efeitos de interação físico-química entre o fluido e a superfície da matriz porosa.

A utilização da eq. (20) na previsão das variáveis de escoamento implica no conhecimento prévio das três funções materiais  $\tau(\lambda)$ ,  $\sigma_1(\lambda)$  e  $\sigma_2(\lambda)$  e dos cinco fatores geométricos  $k$ ,  $\Omega$ ,  $c$ ,  $c_1$  e  $c_2$ .

Quanto às funções materiais, as duas primeiras podem ser estabelecidas experimentalmente através de técnicas bem conhecidas<sup>2</sup>; a determinação da terceira é complexa e duvidosa<sup>29</sup>. Estima-se que  $\Omega$ , assumida para uma dada taxa de distensão, valores uma ordem de grandeza maiores que  $\sigma_2$ .

Entre os fatores geométricos,  $k$  e  $c$  podem ser determinados através de experiências simples conduzidas com fluidos newtonianos, ou mesmo estimadas por meio de correlações clássicas como as de Kozeny-Carman para a permeabilidade



$$k = \frac{D_p^2 \epsilon^3}{76t(1-\epsilon)^2}, \quad (23)$$

e a de Ergun ou, de modo mais preciso, através da eq. (24), para o fator  $c^{27}$ ,

$$c = \frac{1}{\epsilon^{3/2}} \left[ 10^{-1} \left( \frac{k_0}{k} \right)^{0,72} + 6 \times 10^{-2} \left( \frac{k_0}{k} \right)^{0,13} \right]^{2/3}, \quad k_0 = 10^{-6} \text{ cm}^2. \quad (24)$$

onde  $D_p$  é uma dimensão característica da matriz porosa definida através da superfície específica  $a_v$  da partícula,

$$D_p = 6/a_v, \quad (25)$$

e  $t$  é a tortuosidade, cujo valor é de aproximadamente 2,5.

De outro lado, os fatores  $\Omega$ ,  $c_1$  e  $c_2$  só podem ser determinados através de experiências com fluidos não-newtonianos, já que a eq. (20) mostra que estes são eliminados da formulação quando tratamos de fluidos newtonianos. Analisando o modelo capilar proposto por Christopher e Middleman<sup>2</sup> possivelmente o mais bem sucedido para descrever o escoamento lento em meios porosos, chega-se à conclusão que

$$\Omega = 0,9 \sqrt{t\epsilon}, \quad (26)$$

significando que para meios granulares, quando a porosidade é da ordem de 0,4, o valor de  $\Omega$  deve se aproximar de 0,9. Não dispomos de qualquer indicação sobre a forma dos coeficientes  $c_1$  e  $c_2$ .

### 3. ANÁLISE EXPERIMENTAL E CONCLUSÕES

A validade da formulação proposta pode ser analisada através de medidas de vazão e queda de pressão no escoamento de fluidos não-newtonianos em sistemas particulados. A análise requer também o conhecimento prévio das propriedades da matriz porosa e das funções materiais do fluido.

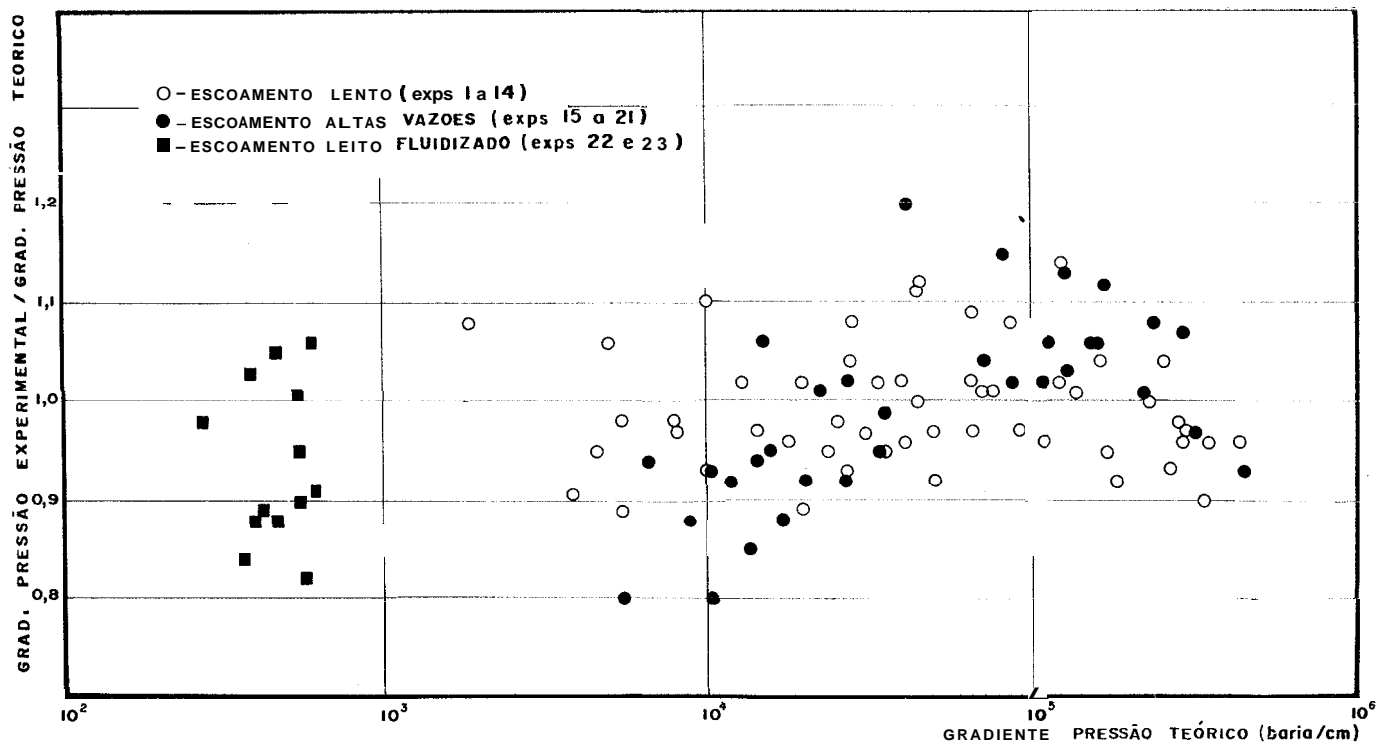


FIG. I - ESCOAMENTO DE FLUIDOS NÃO NEWTONIANOS EM SISTEMAS PARTICULADOS  
COMPARAÇÃO ENTRE OS GRADIENTES DE PRESSÃO TEÓRICO (eq. 20)  
E EXPERIMENTAL.

Tabela 1 - Escoamento de fluidos não newtonianos em meios porosos, fixos a baixas vazões<sup>30</sup>.

Experiência	Meio Poroso	Porosidade $\epsilon$ (%)	Permeabilidade $k$ (cm <sup>2</sup> )	Fator $e$ (eq.24)	Polímetro	Concentração sol. aquosa (%)	Número de Reynolds Re (eq.21)
1	Areia artificialmente consolidada	44,0	$5,9 \times 10^{-6}$	0,61	Tylose MH-2000K (1)	1,0	$3,8 \times 10^{-4}$ a $4,9 \times 10^{-3}$
2	Areia artificialmente consolidada	45,3	$4,2 \times 10^{-5}$	0,41	Tylose MH-2000K	1,0	$7,0 \times 10^{-4}$ a $6,1 \times 10^{-3}$
3	Esferas de vidro	35,5	$2,0 \times 10^{-5}$	0,66	Tylose MH-2000K	1,0	$4,9 \times 10^{-4}$ a $7,3 \times 10^{-3}$
4	Areia artificialmente consolidada	46,3	$2,2 \times 10^{-5}$	0,44	Tylose C-1000 (1)	1,5	$2,5 \times 10^{-4}$ a $4,2 \times 10^{-3}$
5	Areia artificialmente consolidada	31,6	$7,7 \times 10^{-6}$	1,00	Tylose C-1000 (2)	1,5	$3,4 \times 10^{-4}$ a $1,2 \times 10^{-2}$
6	Areia artificialmente consolidada	38,0	$7,9 \times 10^{-8}$	3,37	Polyox WSR-301	1,0	$4,0 \times 10^{-5}$ a $7,8 \times 10^{-4}$
7	Areia artificialmente consolidada	38,0	$1,4 \times 10^{-6}$	1,13	Natrosol 250 H (3)	0,6	$1,4 \times 10^{-3}$ a $1,5 \times 10^{-2}$
8	Areia artificialmente consolidada	20,2	$2,2 \times 10^{-7}$	5,79	Natrosol 250 H	0,6	$4,2 \times 10^{-3}$ a $2,6 \times 10^{-2}$

(Continua)

Experiência	Meio Poroso	Porosidade $\epsilon(\%)$	Permeabilidade $k(\text{cm}^2)$	Fator c (eq.24)	Polímetro	Concentração sol. aquosa (%)	Número de Reynolds Re (eq. 21)
9	Areia artificialmente consolidada	38,0	$9,0 \times 10^{-8}$	3,20	Natrosol 250 H	0,6	$1,9 \times 10^{-4}$ a $2,3 \times 10^{-2}$
10	Areia artificialmente consolidada	45,3	$4,2 \times 10^{-5}$	0,41	Natrosol 250 H	0,6	$5,7 \times 10^{-3}$ a $2,0 \times 10^{-2}$
11	Areia artificialmente consolidada	36,5	$3,4 \times 10^{-7}$	1,96	Natrosol 250 H	0,6	$3,1 \times 10^{-4}$ a $1,1 \times 10^{-2}$
12	Areia artificialmente consolidada	38,0	$9,0 \times 10^{-8}$	3,20	Polyox WSR - 301	0,2	$8,0 \times 10^{-3}$ a $5,8 \times 10^{-2}$
13	Areia artificialmente consolidada	45,0	$4,2 \times 10^{-5}$	0,41	Vistanex NM-L100 (4)	4,2 (em xileno)	$1,6 \times 10^{-4}$ a $5,0 \times 10^{-3}$
14	Areia artificialmente consolidada	37,0	$3,1 \times 10^{-6}$	0,93	Vistanex NM-L100	4,2 (em xileno)	$8,8 \times 10^{-4}$ a $3,6 \times 10^{-4}$

- (1) - Hidroximetil celulose, produto da Hoechst do Brasil Química Farmecêutica S.A.  
(2) - Polióxido de etileno, produto da Union Carbide do Brasil  
(3) - Hidroxietil celulose, produto da Hercules Incorporated  
(4) - Poli-iso-butileno, produto da Comércio e Indústria Iretama

Tabela 2 - Escoamento de fluidos não newtonianos em meios porosos fixos a altas vazões.

Experiência	Meio Poroso	Porosidade $\epsilon$ (%)	Permeabilidade $k$ (cm <sup>2</sup> )	Fator $c$	Polímetro	Concentração sol. aquosa (%)	Número de Reynolds Re (eq. 21)
15	Contas de plástico artificialmente consolidadas	38,7	$1,7 \times 10^{-4}$	0,43	Tylose MHB3000 (1)	0,5	0,6 a 1,6
16	Areia artificialmente consolidada	28,0	$7,0 \times 10^{-6}$	1,22	Tylose MHB3000	0,5	0,5 a 2,2
17	Areia artificialmente consolidada	42,0	$3,9 \times 10^{-4}$	0,35	Tylose MHB3000	0,5	1,0 a 2,2
18	Areia artificialmente consolidada	41,0	$3,4 \times 10^{-4}$	0,35	Tylose C10000 (2)	0,25	1,0 a 1,8
19	Contas de plástico artificialmente consolidadas	38,7	$1,7 \times 10^{-4}$	0,43	Tylose C10000	0,25	0,4 a 1,7
20	Areia artificialmente consolidada	28,0	$7,0 \times 10^{-6}$	1,22	Tylose C10000	0,25	0,4 a 1,5
21	Areia artificialmente consolidada	40,1	$1,5 \times 10^{-5}$	0,58	Tylose C10000	0,25	0,3 a 0,7

(1) - Hidroximetil celulose, produto de Hoechst do Brasil Química Farmacêutica S.A.

(2) - Hidroximetil celulose, produto de Hoechst do Brasil Química Farmacêutica S.A.

Tabela 3 - Escoamento de fluidos não newtonianos em leitos fluidizados.

Experiência	Partículas sólidas	Porosidade $\epsilon$ (%)	Permeabilidade $k$ (cm <sup>2</sup> )	Fator $\sigma$ (eq. 24)	Polímetro	Concentração sol. aquosa (%)	Número de Reynolds (eq. 21)
22	partículas de vidro ( $d_p = 0,58\text{mm}$ )	60,1 a 80,5	$2,2 \times 10^{-5}$ a $1,5 \times 10^{-4}$	0,19 a 0,30	Polyox WSR 205 (1)	1,0	$3,6 \times 10^{-3}$ a $2,6 \times 10^{-2}$
23	partículas de vidro ( $d_p = 0,58\text{mm}$ )	64,3 a 76,1	$3,4 \times 10^{-5}$ a $1,0 \times 10^{-4}$	0,21 a 0,27	Tylose MH2000K (2)	0,5	$1,9 \times 10^{-2}$ a $3,1 \times 10^{-2}$

(1) - Polióxido de etileno, produto da Union Carbide do Brasil

(2) - Hidroximetil celulose, produto da Hoechst do Brasil Química Farmacêutica S.A.

A comparação entre os resultados fornecidos pela formulação e os dados experimentais provenientes dos sistemas relacionados nas tabelas 1 a 3 é feita na figura 1. Podemos constatar que para os 110 pontos experimentais o desvio médio entre os gradientes de pressão teórico e experimental é inferior a 10%, quando admitimos para o parâmetro R da eq. (20) a forma

$$\Omega = 0,9\sqrt{t\varepsilon} .$$

As experiências foram conduzidas com fluidos de diferentes naturezas percolando, numa larga faixa de vazões, através de meios fixos, na maioria consolidados, em leitos fluidizados. Espera-se para estes fluidos que os efeitos de tensão normal sejam desprezíveis e, portanto, a formulação leva em conta somente os efeitos de tensão cizalhante.

Dauben<sup>31</sup> apresenta resultados de algumas experiências conduzidas com fluidos para os quais foi possível medir as funções materiais  $\tau$  e  $\sigma_1$ . Analisando os resultados à luz da eq. (20), chegamos à conclusão que para a experiência n<sup>o</sup> 18 daquele autor (escoamento de solução de coagulante Polyox,  $\tau = 2,602\lambda^{0,604}$  dina/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_1 = 1,562\lambda^{1,236}$  dina/cm<sup>2</sup>, em meio de  $k = 1,6 \times 10^{-7}$  cm<sup>2</sup> e  $\varepsilon = 36,2\%$ ), o parâmetro  $\sigma_1$  da eq. (20) tem o valor 2,81. Notamos que este valor é praticamente o mesmo que o de c estimado pela eq. (24).

## REFERÊNCIAS

1. T.J. Sadowski, *Ph.D. Thesis*, Univ. of Wisconsin, 1963.
2. R.H.Christopher and S.Middleman, *I & EC Fund.*, 4 423, (1965).
3. R.M.McKinley, H.O.Jahus, W.W.Harris and R.A.Greenkorn, *A. I. Ch. E. Journal*, 12, 17 (1966).
4. D.L.Dauben and D.E.Menzie, *J.Petrol.Tech.*, 9, 1065 (1967).
5. D.R.Gregory and R.Griskey, *A.I.Ch.E.J.* 13, 122 (1967).
6. NY .Gaitonde and S.Middleman, *I & EC Fund.*, 6,145 (1967).
7. A.Silva Telles and G.Massarani, *C.R.Acad.Sc. Paris*, 270, 358 (1970).
8. G.Massarani and C.Thirriot, *Rev.Lat.Am.Ing.Quím. y Quim. Arl.*, 1, 83 (1971).
9. W.B.Gogarty, *Soc.Petr.Eng.J.*, 6, 161 (1967).

10. J.G. Savins, I & EC, 61, 18 (1969).
11. A.H.Harvey and D.E.Menzie, Soc.Petr.Eng.J., 6, 111 (1970).
12. L.Desrèmaux, G.Chauveteau and M.Martin, Rev.Inst.Franç.Pétrole, 6, 495 (1971).
13. D.B.DeFigueiredo and G.Massarani, II Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos, Rio Claro, 1, 75 (1974).
14. P.Mishra, D.Singh and I.M.Mishra, Chem.Eng.Sci., 30, 397 (1975).
15. F.M.Brea, M.F.Edwards and W.L.Wilkinson, Chem.Eng.Sci., 31, 329(1976).
16. R.J.Marshall and A.B.Metzner, I & EC Fund., 6, 395 (1967).
17. E.H.Wissler, I & EC Fund., 20, 411 (1971).
18. N.Siskovic, D.R.Gregory and R.G.Griskey, A.I.Ch.E.J., 17, 281 (1971).
19. B.D.Coleman, H.Markovitz and W.Noll, *Viscometric Flows of Non-Newtonian Fluids - Theory and Experiment*, Springer-Verlag, p.6, Berlin, 1966.
20. J.C. Slattery, A. I. ChE. Journal, 11, 1066 (1967).
  
21. C.Truesdell, Rend. Accad. Lincei, 22, 33 and 158 (1957).
22. P.D.Kelly, Int.J.Eng.Sci., 2, 129 (1964).
23. M.J.Crochet and P.M.Naghdi, Int.J.Eng.Sci., 4, 383 (1966).
24. I. Müller, *CISM Meeting at Udine*, Italy, 1971.
25. G.Massarani, II Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos, Rio Claro, 2, 47 (1974).
26. A.Silva Telles and R.C.Fernandes, *43rd Annual Meeting of the Society of Rheology*, Cincinnati, 1973.
27. C.Thirriot, G.Massarani, B.M.S. Choen and A.M.S. Cohen, *V Interamerican Congress of Chemical Engineering*, Rio de Janeiro, 1973.
28. J.R.Van Wazer, J.W.Lyons, K.Y.Kim and R.E. Colwell, *Viscosity and Flow Measurement - A Laboratory Handbook of Rheology*, Interscience Publishers, New York, 1966.
29. R.I. Tanner, Trans.Soc.Rheol., 14, 483 (1970).
30. G.Massarani, *Thèse de D. Sc.*, Univ. de Toulouse, 1971.
31. D.L.Dauben, *Ph. D. Thesis*, Univ. of Oklahoma, 1966.