

Análisis de Figuras Moiré Empleando Grillas Interferométricas con Perfiles de Airy

H. J. RABAL* y M. GARAVAGLIA**

Laboratorio de Espectroscopia, Óptica y Láser Departamento de Física Universidad Nacional de La Plata La Plata Argentina

Recebido em 1º de Setembro de 1976

Empleando un interferómetro de Fabry - Perot y un espectrógrafo a red de difracción plana montaje Ebert, iluminados con luz blanca, se han obtenido espectros acanalados. De acuerdo con el tipo de óptica empleada para proyectar la luz emergente del Fabry - Perot sobre la ranura del espectrógrafo, se obtienen espectros acanalados de **componentes rectas o parabólicas** de diferentes parámetros. Las componentes no son equidistantes entre sí y la distribución de intensidad cumple la ley de Airy.

Se han realizado experiencias preliminares para determinar si las figuras de moiré generadas por la interacción de espectros acanalados permite mensurar desplazamientos, rotaciones, etc. Estos resultados experimentales han sido analizados con el objeto de obtener información sobre las características de las figuras de moiré y con ellas definir el campo de posibilidades aplicativas.

1. INTRODUCCION

Las franjas de moiré aparecen cuando se suman o multiplican dos figuras que poseen parecidas variaciones de **amplitud**. En general,

* **Metrología Mecánica**, Laboratorio de Ensayos de Materiales e Investigaciones Tecnológicas, Ministerio de Obras Públicas de la Provincia de Buenos Aires, Argentina.

** **Carrera del Investigador Científico del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas**, Argentina.

las figuras empleadas para provocar la **visualización** de las estructuras de **moiré** son grillas cuya **variación** de amplitud es sinusoidal o **rectangular**. Las primeras son obtenidas mediante el uso del **interferómetro** de Michelson, mientras que las otras se construyen **mecánica** o **fotográficamente**.

El propósito de este trabajo es el de comunicar el uso de grillas **interferométricas** con **variación** de amplitud de acuerdo con la ley de Airy. Estas grillas son obtenidas **empleando** el **interferómetro** de Fabry - Perot iluminado con luz blanca y fotografiando la que emerge de él con un **espectrógrafo estigmático**.

2. OBTENCION DE GRILLAS INTERFEROMETRICAS CON PERFIL DE AIRY

Si un **interferómetro** de Fabry - Perot es iluminado por un haz **colimado** de luz blanca y la que emerge de él es analizada por un **espectrógrafo estigmático** de suficiente **dispersión** y poder resolvente, **se observará** el llamado espectro acanalado¹. El espectro acanalado forma una **grilla** cuyas componentes resultan ser las **envolventes** de las figuras de **interferencia** producidas por la **sucesión** de las **líneas** espectrales, como bien puede considerarse al espectro continuo o luz blanca. Dichas componentes tienen forma parabólica. Para cada una de ellas, el orden **interferencial** P es entero (**interferencia constructiva**) y constante en toda su **extensión**. El orden **interferencial** P se define, para el **vértice** de las parábolas, como $P = 2t/\lambda$, donde t es la **separación** entre las placas del **interferómetro** y λ es la **longitud de onda** de la radiación. El espectro acanalado tiene el aspecto de una **sucesión** de segmentos de **parábolas** de eje común, cuyos **vértices** están **distanciados**, en el espacio de las **longitudes de onda** λ , según el **rango espectral** del **interferómetro**, definido por $\langle \Delta\lambda \rangle = \lambda^2/2t$. Sobre la **placa** **fotográfica** el **espaciado** entre las **componentes** parabólicas del **espectro acanalado**, queda **expresado** por $e = \langle \Delta\lambda \rangle/d$, siendo d la **dispersión** del **spectrógrafo**.

La **ecuación** de las **parábolas** es:

$$P = \frac{2t}{\lambda} \left(1 - \frac{y^2}{2f^2} \right) \quad (1)$$

donde f es la distancia focal de la lente esférica que proyecta la luz que emerge del interferómetro sobre la ranura del espectrógrafo. La representación de las parábolas se realiza en el plano focal del espectrógrafo, materializado por la placa fotográfica, de modo que el eje de abscisas se desarrolla según el eje de las longitudes de onda λ , mientras que el eje de ordenadas representa la variable espacial y . La figura 1 muestra una reproducción positiva de una porción ampliada del espectro acanalado sobre el que están superpuestas dos líneas espectrales del neón.

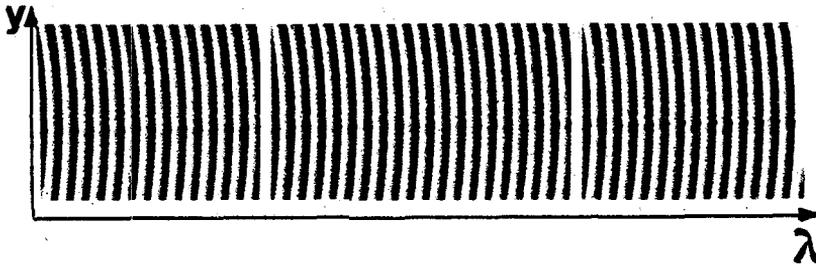


Fig.1 - Espectro acanalado de componentes parabólicas

Uno de nosotros² mostró cómo, utilizando un sistema Óptico especial para iluminar el interferómetro de Fabry - Perot y la ranura del espectrógrafo estigmático, es posible obtener espectros acanalados cuyas componentes son rectas y paralelas a las líneas espectrales, en lugar de las parábolas que resultan cuando se emplea el sistema Óptico convencional. Sin embargo, dicho sistema Óptico presentó dos serios inconvenientes: ser de difícil alineación y de luminosidad extremadamente baja.

Un estudio posterior realizado para mejorar tal situación, llevó a proponer un nuevo sistema óptico simple y muy luminoso³. Consiste de una lente esférica, en cuyo plano focal objeto se ubica la fuente extensa de luz blanca, de modo que un haz colimado incida sobre el interferómetro de Fabry - Perot, y de una lente cilíndrica que enfoca la luz que emerge de él sobre la ranura del espectrógrafo estigmático. El eje de la superficie cilíndrica de la lente astigmática debe mantenerse paralelo a la ranura. La figura 2 muestra un esquema completo del nuevo sistema Óptico y la figura 3 contiene una reproducción posi-

va del espectro acanalado obtenido con un espectrógrafo estigmático montaje Ebert, a red plana de difracción de 600 líneas/mm, de 3,4 m de distancia focal, iluminado por dicho sistema óptico⁴. Sobre el espectro acanalado están superpuestas 1 líneas espectrales del neón.

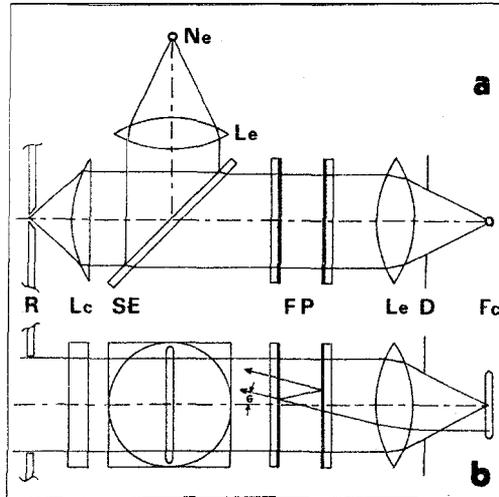


fig.2 - Sistema Óptico para fotografiar espectros acanalados de componentes rectilíneas. R: ranura del espectrógrafo estigmático; L_c : lente cilíndrica; L_e : lente esférica; FP: interferómetro de Fabry - Perot; D: diafragma; SE: semiespejo; F_c : fuente luminosa de espectro continuo y Ne: fuente espectral de neón. a) Vista de planta y b) vista lateral.

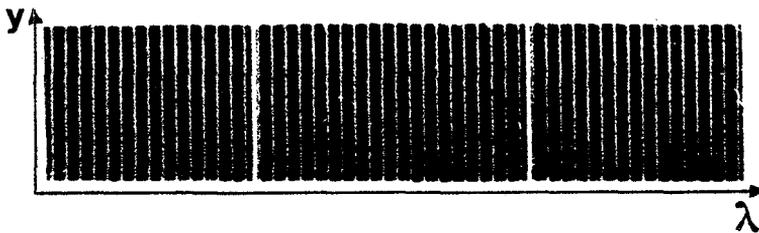


Fig.3 - Espectro acanalado de componentes rectilíneas.

La óptima definición o contraste de las componentes del espectro acanalado resulta de un compromiso entre varios parámetros experimentales: Poder reflector de los depósitos metálicos o dieléctricos de las placas del interferómetro, separación entre las mismas, diámetro de la pupila de entrada al interferómetro, ancho de la ranura del espectrógrafo, características de la red de difracción y tipo de material foto-

gráfico. Si el espectrógrafo empleado posee elevado poder resolvente, el ancho de la ranura afecta fundamentalmente el contraste del espectro acanalado. La cuantificación del contraste puede realizarse mediante la determinación de la visibilidad de las componentes del espectro acanalado. Si la ranura se ensancha demasiado, dichas componentes se engrosan hasta confundirse y formar el llamado "espectro casi-continuo". No obstante, variando el diámetro de la pupila de entrada mediante el diafragma D, se afecta la visibilidad del espectro acanalado de manera opuesta al de la ranura. Es decir, puede mantenerse una visibilidad constante en el espectro acanalado, cerrando o abriendo la ranura del espectrógrafo si se abre o cierra la pupila de entrada. La figura 4 muestra una serie de fotos del espectro acanalado y sus respectivos trazos microdensitométricos, obtenida con anchos de ranura desde 40 μm a 100 μm y diámetros del diafragma desde 0,5 cm a 4 cm. Se observa claramente la relación existente entre las variaciones de las dimensiones de la ranura y diafragma sobre la visibilidad del espectro acanalado.

De las reproducciones de las figuras 1, 3 y 4 se infiere que las componentes del espectro acanalado son de perfil extremadamente agudo. En realidad, haciendo excepción de las características del material fotográfico que en los casos mencionados es de baja resolución, dicho perfil se corresponde con el definido por la función de Airy. La figura 5 grafica una porción de la función de Airy, definida como:

$$A(\lambda, \theta) = \frac{1}{1 + F \operatorname{sen}^2\left(\frac{2t\pi}{\lambda} \cos \theta\right)}, \quad (2)$$

donde θ es el ángulo que forman los rayos de luz con el eje óptico del interferómetro y F es un parámetro relacionado con la reflectividad R de sus placas, que vale $F = 4R/(1-R)^2$. En la figura 5 se ha designado con δ al argumento del denominador dividido por π .

En el caso de espectros acanalados cuyas componentes son parabólicas, se fija el parámetro h y se varía el ángulo de incidencia θ , el perfil que resulta también es de Airy, aunque ahora lo es en función de δ . En este sentido, se reproduce para la longitud de onda λ seleccionada una figura de interferencia tal como ocurre para una línea espectral.

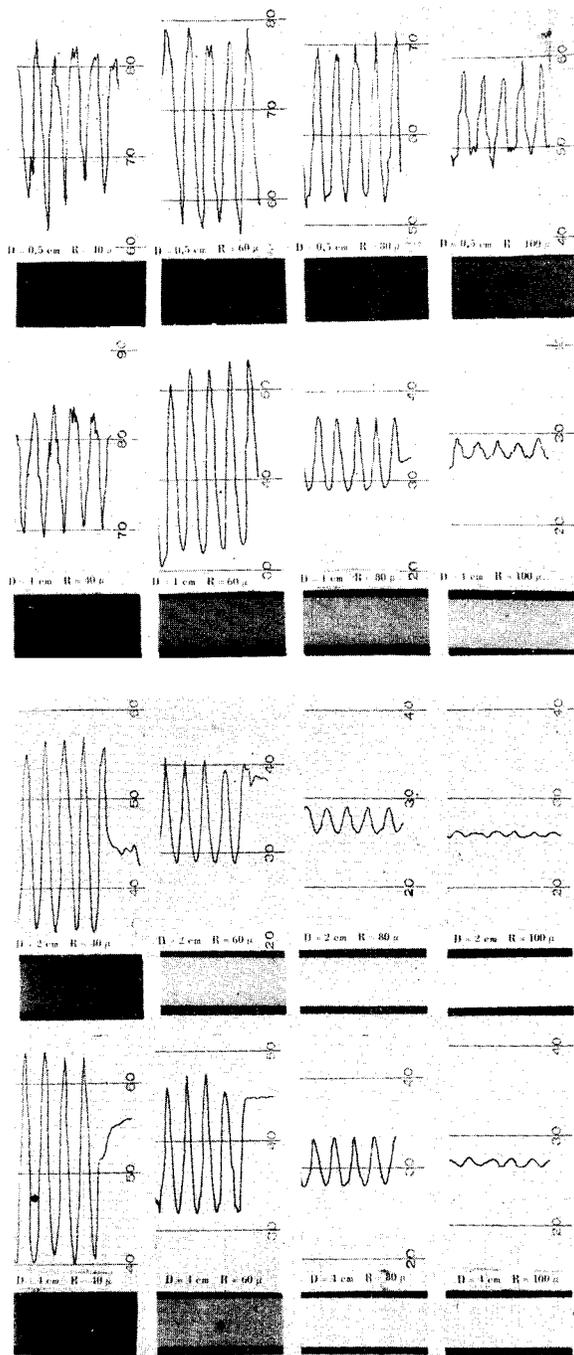


Fig.4 - Relación entre el ancho de la ranura del espectrógrafo R y el diámetro del diafragma D y la visibilidad del espectro acanalado.

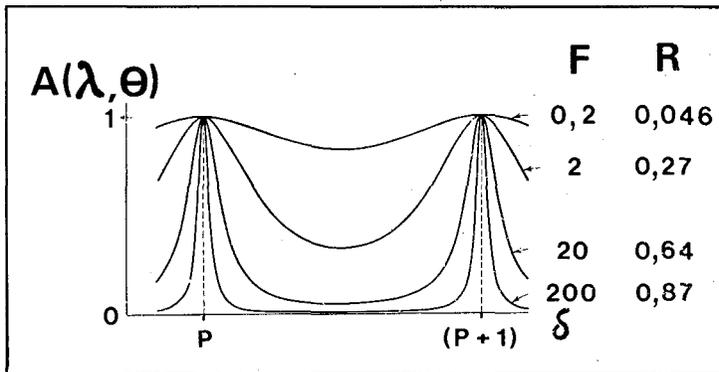


Fig.5 - Función de Airy para dos órdenes interferenciales consecutivos.

En cambio, en el caso de dejar constante el ángulo θ de observación y variar la longitud de onda del espectro λ , el perfil del sistema de componentes interferenciales del espectro acanalado resulta ser también una función de Airy de la frecuencia ν de la radiación o del número de onda $1/\lambda$.

3. FIGURAS DE MOIRÉ OBTENIDAS CON ESPECTROS ACANALADOS

Se ha obtenido una variedad muy amplia de figuras de moiré empleando técnicas diversas que, en general, pueden agruparse en las dos formas siguientes, de acuerdo con el resultado de la amplitud total de las franjas, moiré suma y moiré producto. La figura 6 ilustra algunas técnicas de las utilizadas en los experimentos.

El empleo de espectros acanalados de componentes parabólicas de distinto parámetro p o rectas, dan por resultado una variedad muy grande de geometrías de figuras de moiré. Los casos más generales que aquí se considerarán, son los siguientes: a) moiré obtenido por el desplazamiento transversal del mismo espectro acanalado de componentes parabólicas; b) moiré obtenido por desplazamiento longitudinal del mismo espectro acanalado de componentes rectas o parabólicas, y c) moiré obtenido por una rotación del mismo espectro acanalado de componentes parabólicas.

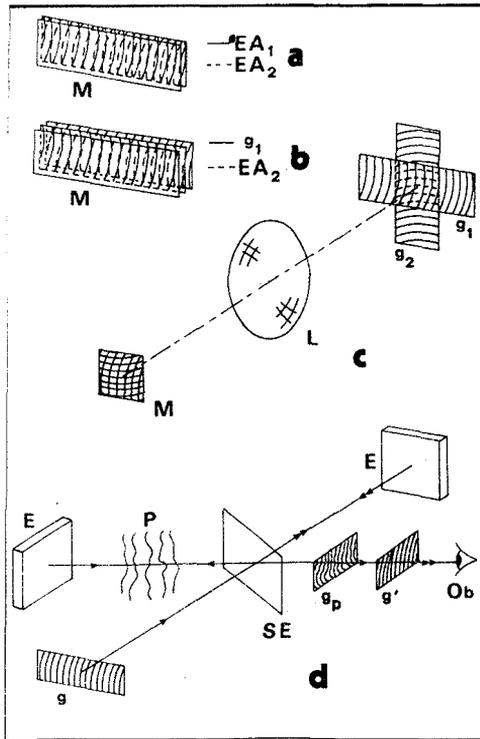


Fig.6 - Técnicas para observar franjas de moiré suma o producto. a) Observación por doble exposición. Se fotografían sucesivamente los espectros acanalados EA_1 y EA_2 . Al procesar la placa se obtiene el moiré M suma de los espectros acanalados. b) El espectro acanalado EA_2 se fotografía previo filtrado a través de la grilla fotográfica g_1 que contiene el espectro acanalado EA_1 . Una vez procesada la placa se observa el moiré M producto. c) Se iluminan las grillas g_1 y g_2 , correspondientes a los espectros acanalados EA_1 y EA_2 . La lente L produce una imagen del moiré M producto por filtrado. d) Se observa simultáneamente la grilla g' , imagen de la grilla original g , y la grilla g_p , imagen perturbada de la original, dando como resultado un moiré M suma. E: espejos; SE: semiespejo; P: perturbación aplicada y Ob: observador.

Caso a)

El moiré obtenido por desplazamiento transversal del mismo espectro acanalado de componentes parabólicas está constituido por familias de rectas, cuya expresión más general, es la siguiente:

$$r = \frac{y_0}{pe} \left(\frac{y_0}{2} - y \right) \quad (3)$$

En esta ecuación, r es el índice que identifica cada una de las franjas de la familia del moiré, y_0 es el desplazamiento vertical, y es la variable espacial en el sentido del desplazamiento, p es el parámetro de las componentes parabólicas del espectro acanalado y e su espaciado.

La ecuación (3) es en realidad una aproximación de la expresión exacta, en razón de que p y e se han considerado constantes. Dicha aproximación no influye en los resultados, por lo que puede considerársela satisfactoria.

Estas franjas de moiré tienen un espaciado igual a:

$$e_m = pe/y_0 \quad (4)$$

La figura 7 ejemplifica el caso discutido, obtenido por doble exposición.

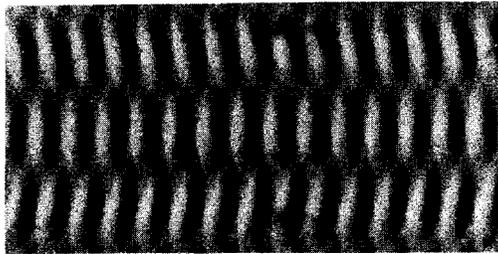


Fig.7 - Figura de moiré suma obtenida por desplazamiento transversal del mismo espectro acanalado de componentes parabólicas.

Caso b)

El moiré obtenido por desplazamiento longitudinal del mismo espectro acanalado de componentes rectas o parabólicas, está constituido por familias de rectas o parábolas, respectivamente. La expresión matemática más general, aproximada, que las gobierna es la siguiente:

$$r = \frac{2t}{\lambda} \left(1 - \frac{y^2}{2f^2} \right) \frac{\lambda_0}{\lambda}, \quad (5)$$

en la que se puede reconocer la ecuación (1) de las parábolas del es-

pectro acanalado. De tal modo que, en esta oportunidad, r juega el papel de P y el "separador efectivo local" del interferómetro de Fabry - Perot es:

$$t_e = t \frac{\lambda}{\lambda_0}$$

El espaciado entre los vértices de las franjas parabólicas del moiré, queda expresada por:

$$e_m = \frac{\lambda^3}{4t\lambda_0} \quad (6)$$

La figura 8 muestra cuatro registros de moiré realizados según la técnica de doble exposición ilustrada en la figura 6 a). En cada una de ellas el desplazamiento del espectro acanalado fue logrado mediante la rotación progresiva de la red de difracción del espectrógrafo.

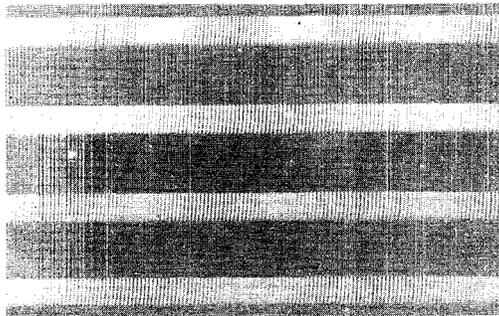


Fig. 8 - Moiré suma obtenido por distintos desplazamientos longitudinales del mismo espectro acanalado.

El resultado de esta experiencia permite calcular dicho ángulo de rotación y, en consecuencia, determinar rotaciones. En caso de producirse un desplazamiento relativo entre los dos espectros acanalados de 1 pm (10^{-12} m), en el espacio de las longitudes de onda, o de $2 \text{ }\mu\text{m}$, en el espacio de las longitudes determinadas sobre la placa fotográfica, en la región verde del espectro ($\lambda=500 \text{ nm}$), la figura de moiré que se genera permite determinar la rotación de la red de difracción en un ángulo de $0,6''$.

Caso c)

El moiré obtenido por una rotación del mismo espectro acanalado de componentes parabólicas según el ángulo ϕ , está constituido por familias de cónicas, cuya expresión matemática más general, es la siguiente:

$$r = \frac{1}{2pe} [(y^2 - X^2)\text{sen}^2 \phi + Xy \text{sen } 2\phi + 2p\lambda (\cos \phi + 1) + 2py \text{sen}\phi] \quad (7)$$

La figura 9 muestra una reproducción del moiré obtenido superponiendo dos espectros acanalados de componentes parabólicas.

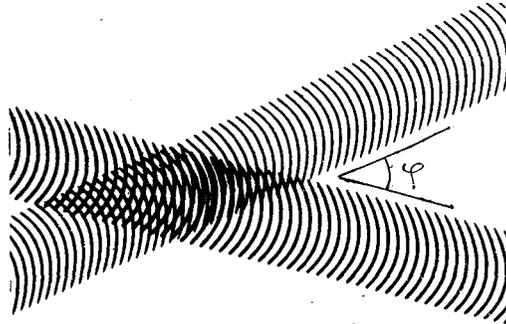


Fig.9 - Moiré producto obtenido por superposición de dos grillas de espectros acanalados de componentes parabólicas que forman un ángulo ϕ .

La observación de los ejemplos de moiré dados en las figuras 7, 8 y 9, ilustran sobre el resultado de moiré suma, los dos primeros, y de moiré producto, el último. Dicha observación indica que el grado de contraste en las franjas de moiré producto es mucho mayor que en las de moiré suma.

La simulación por computadora de los respectivos perfiles de los moirés suma y producto, se muestran en las figuras 10 y 11. Se simuló un interferómetro de Fabry - Perot de $F = 200$ y $t = 7$ m, iluminado con luz blanca en la región de $\lambda = 500$ nm, para la representación de la distribución de la intensidad del espectro acanalado, empleando una computadora IBM/360 modelo 50 y la unidad visual 2250 modelo 1. Las figuras 10 a), 10 b) y 10 c) representan la simulación de la suma de los espectros acanalados cuando están perfectamente superpuestos, cuando se

han separado 0,01 nm y 0,02 nm, respectivamente, mientras que las figuras 11 a) y 11 b) hacen lo propio con la simulación del producto de los espectros acanalados perfectamente superpuestos y separados 0,01 nm, respectivamente.

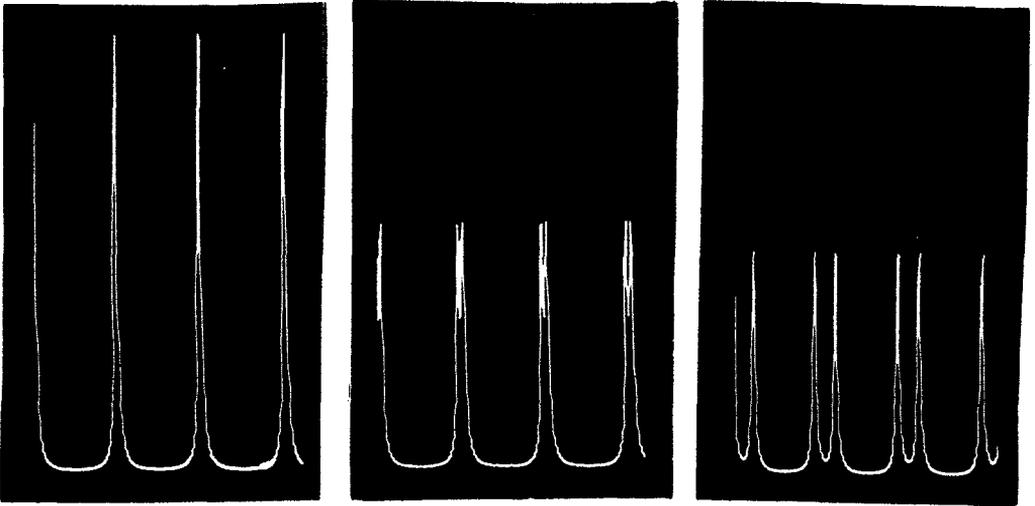


Fig. 10 - Simulación por computadora del moiré suma de los espectros acanalados obtenidos con un interferómetro de Fabry - Perot de $F = 200$ y $t = 7$ nm, iluminado con luz de $\lambda = 500$ nm. La distribución de intensidad corresponde a los siguientes casos: a) superposición perfecta de las componentes de los espectros acanalados; b) cuando las componentes distan 0,01 nm y c) cuando las componentes distan 0,02 nm.

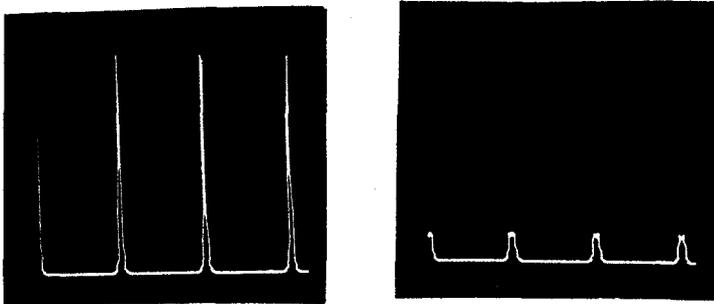


Fig.11 - Simulación por computadora del moiré producto de dos espectros acanalados obtenidos con un interferómetro de Fabry - Perot de $F = 200$ y $t = 7$ nm, iluminado con luz de $\lambda = 500$ nm. La distribución de intensidad corresponde a los casos siguientes: a) superposición perfecta de las componentes de los espectros acanalados y b) cuando las componentes se han separado 0,01 nm.

4. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se ha descrito una técnica **interferométrica** que permite construir grillas con una **distribución** de intensidad que sigue la **ley** de Airy. Las grillas, o espectros acanalados, pueden **desarrollarse según** componentes rectilíneas o parabólicas.

Tales grillas **interferométricas** se han empleado en experiencias básicas de **moiré**. Las franjas de **moiré** pueden obtenerse de diferentes maneras, por **ejemplo**, por doble exposición o por **superposición**. Así se logran **moirés** con **distribución** de contraste que corresponden a los **moirés** suma y producto, respectivamente.

La perspectiva de aplicabilidad de estos **moirés** se estima como muy directa en aquellos casos que comprometan determinaciones de desplazamientos transversales y longitudinales y de rotaciones. Por otro lado, **la inclusión** de objetos de fase dentro de **la cavidad del interferómetro** de Fabry - Perot, puede permitir aplicar **el método** de **moiré** a **la determinación** de variaciones de índices de refracción, gradientes térmicos, variaciones de densidad, etc.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la Secretaria de Estado de Ciencia y **Tecnología**, al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y **Técnicas**, a **la Comisión** de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires y al Programa **Multinacional** de Física de la **Organización** de los Estados Americanos, por **la financiación** parcial del equipamiento de instrumental requerido en las tareas de investigación. **Además**, agradecen al Encargado del Sistema Operativo del Centro de **Estudios** Superiores de Procesamiento de la **Información** de la Universidad Nacional de La Plata, Jorge A. Pouchou, su dedicación y colaboración imprescindibles para procesar las simulaciones de experiencias por computadora.

REFERENCIAS

1. Ch. Fabry y H. Buisson, J. Phys. Radium 9, 197 (1910).
2. M. Garavaglia, Rev. Sci. Instr. 39, 1378 (1968).
3. M. Garavaglia, Comunicación ThG 12, "1969 Spring Meeting" de la "Optical Society of America", San Diego, EEUU de NA, 11 - 14 de marzo de 1969.
4. E. Gallego Lluesma, A.A. Tagliaferri y M. Garavaglia, Acta Científica 2, 65 (1965).