

## Escoamento de Fluidos Não-Newtonianos na Vizinhança de Partículas Sólidas

G. MASSARANI

*EQ e COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, C.P. 1991, Rio de Janeiro RJ*

A. SILVA TELLES

*Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Praia do Flamengo 200, Rio de Janeiro RJ*

Recebido em 3 de Outubro de 1977

The fluid-particle dynamic interaction term is studied using dimensional analysis through a series of experiments with spherical particles and disks of different sphericities  $\alpha$ . For slow permanent flow the interaction term assumes the following form

$$\tilde{\ell} = \frac{18\tau(\lambda^*)}{d_p \|\underline{u}-\underline{v}\|} \cdot \frac{\phi(\alpha)}{\theta(\alpha)} (\underline{u}-\underline{v})$$

where  $\underline{u}$  e  $\underline{v}$  are the fluid and particle velocities respectively,  $d_p$  the equivalent sphere volume of the particle,  $\phi$  e  $\theta$  are functions of the sphericity only and  $\tau$  the shear stress corresponding to the shear rate

$$\lambda^* = \frac{\|\underline{u}-\underline{v}\|}{d_p} \theta(\alpha) .$$

Further, it is suggested that these results may be extended to flows where fluid inertia cannot be ignored and it is shown that the Stokes viscometer may be utilized for the determination of non-Newtonian fluid behaviour.

O termo de interação dinâmica fluido-partícula é estudado usando análise dimensional, através de um ciclo de experiências conduzidas com partículas esféricas e em forma de discos, com diferentes esfericidade-

des a. O termo de interação toma a seguinte forma, para escoamento lento e permanente:

$$\underline{\underline{z}} = \frac{18\tau(\lambda^*)}{d_p \|\underline{\underline{u}} - \underline{\underline{v}}\|} \cdot \frac{\phi(\alpha)}{\theta(\alpha)} (\underline{\underline{u}} - \underline{\underline{v}})$$

onde  $\underline{\underline{u}}$  e  $\underline{\underline{v}}$  são respectivamente a velocidade do fluido e da partícula,  $d_p$  o diâmetro da esfera de volume igual ao da partícula,  $\phi$  e  $\theta$  funções somente da esfericidade e  $\tau$  a tensão cisalhante correspondente à taxa de distensão característica

$$\lambda^* = \frac{\|\underline{\underline{u}} - \underline{\underline{v}}\|}{d_p} \theta(\alpha) .$$

Sugerimos, ainda, a extensão dos resultados para o caso em que os efeitos inerciais se fazem sentir no escoamento e mostramos como o viscosímetro de Stokes pode ser utilizado para medidas não-newtonianas.

## 1. INTRODUÇÃO

A equação do movimento para uma partícula sólida movendo-se em massa fluida é dada por

$$\rho_s \frac{d\underline{\underline{v}}}{dt} = (\rho_s - \rho) \underline{\underline{b}} + \underline{\underline{z}} \quad (1)$$

onde  $\rho$  e  $\rho_s$  são respectivamente a densidade do fluido e do sólido,  $\underline{\underline{v}}$  a velocidade do centro de massa da partícula,  $t$  a variável tempo,  $\underline{\underline{b}}$  a intensidade de campo e  $\underline{\underline{z}}$  a força que o fluido exerce sobre a partícula, por unidade de volume da mesma.

A dificuldade na descrição do movimento da partícula reside exatamente na especificação da força  $\underline{\underline{z}}$ . Neste sentido, o número de contribuições ao estudo do movimento de partículas esféricas em fluidos newtonianos é substancial e os resultados bem conhecidos (Ref. 1, p. 135, Ref. 2, p. 200).

Na especificação da força resistiva  $\underline{R}$  para partículas não esféricas, ainda em fluido newtonianos, os resultados mais difundidos na literatura moderna devem-se a Brown e colaboradores (Ref. 3, p.76) que, por sua vez, manipularam os dados reunidos por Wadell<sup>4</sup>. No entanto, estes resultados e outros bem conhecidos, como aqueles de Pettyjohn e Christiansen<sup>5</sup> para as chamadas partículas isométricas, e os de Heywood (Ref. 1, p. 149) não concordam satisfatoriamente entre si porque não se conhece ainda um modo adequado para a caracterização da forma da partícula e também porque  $\underline{R}$  depende da orientação da partícula em fase ao escoamento de fluido.

Em relação aos fluidos não newtonianos, os estudos se restringem às partículas esféricas e, quase que exclusivamente, ao movimento lento. Do ponto de vista teórico, algumas soluções aproximadas foram obtidas por técnicas de perturbações, como no trabalho clássico de Caswell e Schwarz<sup>6</sup> para fluido de Rivlin-Ericksen, ou por procedimentos variacionais<sup>7,8,9</sup>.

Slattery e Bird<sup>10</sup> e Turian<sup>9</sup> apresentam dados experimentais e correlações baseadas na análise dimensional, admitindo para o fluido o modelo de Ellis. Slattery<sup>7</sup> manipulou ainda seus resultados iniciais admitindo, desta feita, o modelo de Ostwald-De Waele, porém, estes não recaem nos limites deduzidos por Wasserman e Slattery<sup>8</sup>.

Do mesmo modo, as formulações obtidas pelos procedimentos variacionais não recaem nestes limites e não verificam satisfatoriamente os dados experimentais. Parece-nos ainda que os dados de tensão cisalhante obtidos experimentalmente por Slattery e Bird<sup>10</sup> e por Turian<sup>9</sup> tenham sido extrapolados vigorosamente para as condições de queda livre das partículas, o que pode acarretar erros consideráveis nas correlações.

Em conclusão, o estudo do deslocamento de partículas em fluidos não-newtonianos carece ainda de uma análise mais completa: as formulações teóricas devem ser revistas e a análise experimental refeita, com toda a atenção dirigida às medidas reológicas do fluido.

A análise que apresentaremos em seguida é fundamentalmente experimental, restringindo-se ao movimento lento de partículas sólidas isoladas em meio fluido não-newtoniano infinito; portanto, não leva em conta efeitos de "população" ou de "parede". A análise inclui partículas esféricas e não-esféricas da família dos discos, cobrindo uma faixa de esfericidade entre 0,5 e 1. Os dados experimentais são reunidos através da análise dimensional, resultando uma correlação que independe de um modelo reológico específico a ser atribuído ao fluido.

## 2. ANALISE EXPERIMENTAL

Admite-se geralmente, quando da análise dos processos de separação sólido-fluido, que a força resistiva  $\underline{F}$  tenha a mesma direção que  $\underline{u} - \underline{v}$ , onde  $\underline{u}$  e  $\underline{v}$  são respectivamente a velocidade do fluido e do sólido. Resulta, para um dado sistema fluido-partícula que

$$\underline{F} = \psi(\|\underline{u} - \underline{v}\|)(\underline{u} - \underline{v}) \quad (2)$$

Consideraremos em nossa análise que a partícula se desloca em um meio fluido infinito e faremos as hipóteses de que a tensão cisalhante  $\tau$  seja a única função material do fluido relevante no processo e que o diâmetro  $d_p$  da esfera de igual volume que a partícula e a esfericidade  $\alpha$  caracterizem sua dimensão e forma, pelos menos dentro de uma configuração específica:

$$\underline{F} = \psi_1[\tau(\lambda^*), \rho, d_p, \alpha, \|\underline{u} - \underline{v}\|](\underline{u} - \underline{v}) \quad (3)$$

Sendo a taxa de distensão característica  $\lambda^*$  uma grandeza cinemática, é lícito supor que dependa apenas da geometria e das velocidades,

$$\lambda^* = \Gamma(d_p, \alpha, \|\underline{u} - \underline{v}\|) \quad (4)$$

Do teorema fundamental da análise dimensional resulta para as equações (3) e (4)

$$\underline{z} = \frac{\tau(\lambda^*)}{\|\underline{u}-\underline{v}\|} \psi_2 \left[ \frac{\rho \|\underline{u}-\underline{v}\|^2}{\tau(\lambda^*)}, \alpha \right] (\underline{u}-\underline{v}), \quad (5)$$

$$\lambda^* = \frac{\|\underline{u}-\underline{v}\|}{d_p} \theta(\alpha). \quad (6)$$

Tomando apenas o primeiro termo na expansão em série de Taylor de  $\psi_2$ , o que equivale a considerar deslocamento lento, e normalizado para fluido newtoniano e partículas esférica, obtém-se:

$$\underline{z} = \frac{18\tau(\lambda^*)}{d_p \|\underline{u}-\underline{v}\|} \cdot \frac{\phi(\alpha)}{\theta(\alpha)} (\underline{u}-\underline{v}), \quad \phi(1) = 1. \quad (7)$$

Medidas de velocidade terminal  $v_t$  das partículas em queda livre permitem a determinação das funções  $\theta$  e  $\phi$  que dependerem somente da esfericidade. Assim, resulta das equações (1) e (7) para fluidos newtonianos

$$\phi(\alpha) = \frac{(\rho_s - \rho)g d_p^2}{18v_t \mu} \quad (8)$$

Conhecida esta função e mais a tensão cisalhante  $\tau$ , experiências com fluidos não newtonianos conduzem a  $\theta$  através da equação

$$(\rho_s - \rho)g = \frac{18\phi(\alpha)\tau(\lambda^*)}{d_p \theta(\alpha)}, \quad \lambda^* = \frac{v_t \theta(\alpha)}{d_p}. \quad (9)$$

As medidas de velocidade terminal das partículas foram conduzidas em tubos de vidro de 8 cm de diâmetro, prevendo-se efeitos de parede desprezíveis<sup>9</sup>. As características das partículas utilizadas nas experiências estão reunidas na tabela (1) e as propriedades dos fluidos newtonianos e não-newtonianos empregados encontram-se na tabela (2).

Uma constatação interessante, cuja explicação desconhecemos, é que nos fluidos newtonianos de viscosidade elevada os discos caem na posição em

que são lançados tendendo, a longa distância, à configuração que oferece maior resistência ao deslocamento; nos fluidos não-newtonianos utilizados a queda ocorre decididamente com as superfícies planas paralelas à direção do movimento. Na figura 1 apresentamos a função  $\phi$ , obtida através dos dados experimentais e equação (8), para as duas configurações assinaladas. Os dados relativos à queda dos discos com suas superfícies planas perpendiculares ao deslocamento coincidem satisfatoriamente com as estimativas fornecidas por Brown e colaboradores (Ref. 3, p.76). Para a queda dos discos com suas superfícies planas paralelas ao deslocamento a função  $\phi$  pode ser aproximada através de

$$\phi(\alpha) = 2,74 - 1,74\alpha, \quad 0,5 \leq \alpha \leq 1. \quad (10)$$

Tabela 1 - Características das Partículas Sólidas

Partícula	$d_p$ (mm) -	$\alpha$	$\rho_s$ (g/cm <sup>3</sup> )
disco de alumínio	4,65	0,50	2,70
disco de alumínio	3,87	0,56	2,70
disco de alumínio	2,97	0,66	2,70
disco de alumínio	2,54	0,72	2,70
cilindro equilátero de alumínio	2,58	0,87	2,65
esfera de aço	1,50	1	8,02
esfera de safira	1,50	1	3,89
esfera de chumbo	2,40	1	10,95

Tabela 2 - Propriedades dos Fluidos

Solução aquosa	% peso de polímero	$\tau$ (1) (d/cm <sup>2</sup> )	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	faixa de valores de $\lambda$ (1/s)
glicerina		3,63 $\lambda$	1,260	-
glicerina		3,851	1,270	-
glicose		10,2 $\lambda$	1,385	-
glicose	-	80,1 $\lambda$	1,422	-
Pusher 500 (2)	0,4	8,6 $\lambda$ <sup>0,442</sup>	1,00	1,56 - 72,9
Pusher 500 + Tilose C1000 (3)	0,25 0,60	4,35 $\lambda$ <sup>0,663</sup>	1,00	3,48 - 34,5
Natrosol 250 HHR (4)	1,7	50,5 $\lambda$ <sup>0,782</sup>	1,01	0,12 - 1,23

(i) Dados obtidos em viscosímetro de Stokes, para fluidos newtonianos, em tubo capilar de 33,3 cm de comprimento e 2,366 cm de diâmetro para fluidos não-newtonianos.

(2) Poliacrilamida, produto da Dow Chemical Co.

(3) Carboximetilcelulose, produto da Hoechst Brasil Química Farmacêutica S.A.

(4) Hidroxietilcelulose, produto da Hércules do Brasil Produtos Químicos Ltda.

Os resultados de Pettyjohn e Christiansen<sup>5</sup>, obtidos para partículas isométricas, não coincidem com os nossos, fornecendo a  $\phi$  valores bem inferiores aos determinados experimentalmente nas duas configurações de queda.

Os resultados obtidos para a função  $\theta$  encontram-se reunidos na figura 2. Esta função pode ser representada pela forma quadrática

$$\theta(\alpha) = -4,24\alpha^2 + 6,11\alpha - 1,50, \quad 0,5 \leq \alpha \leq 1 \quad (11)$$

com um desvio médio da ordem de 8% em relação aos 18 pontos experimentais. Para as partículas esféricas,

$$\theta(1) = 0,37. \quad (12)$$

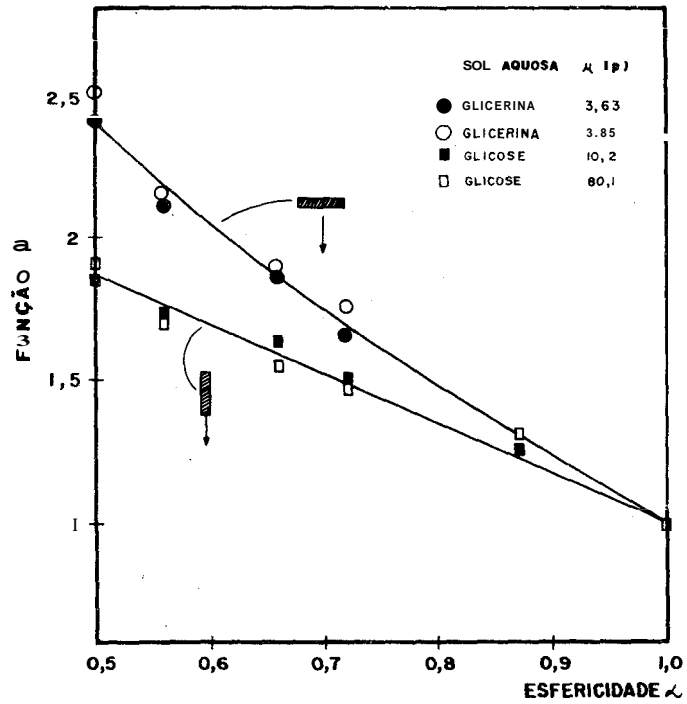


FIG. 1 - FUNÇÃO  $\Phi$  PARA PARTÍCULAS EM FORMA DE DISCO.

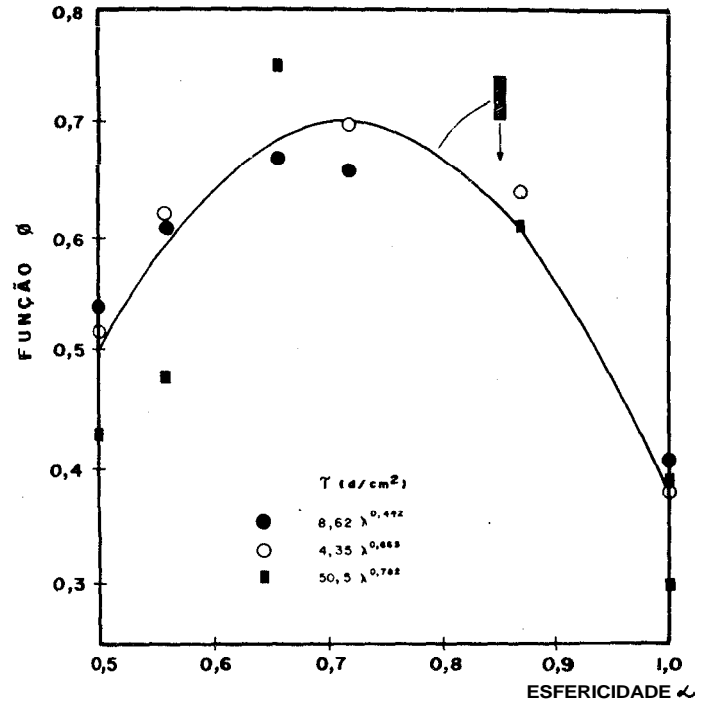


FIG. 2 - FUNÇÃO  $\Phi$  PARA PARTÍCULAS EM FORMA DE DISCO.



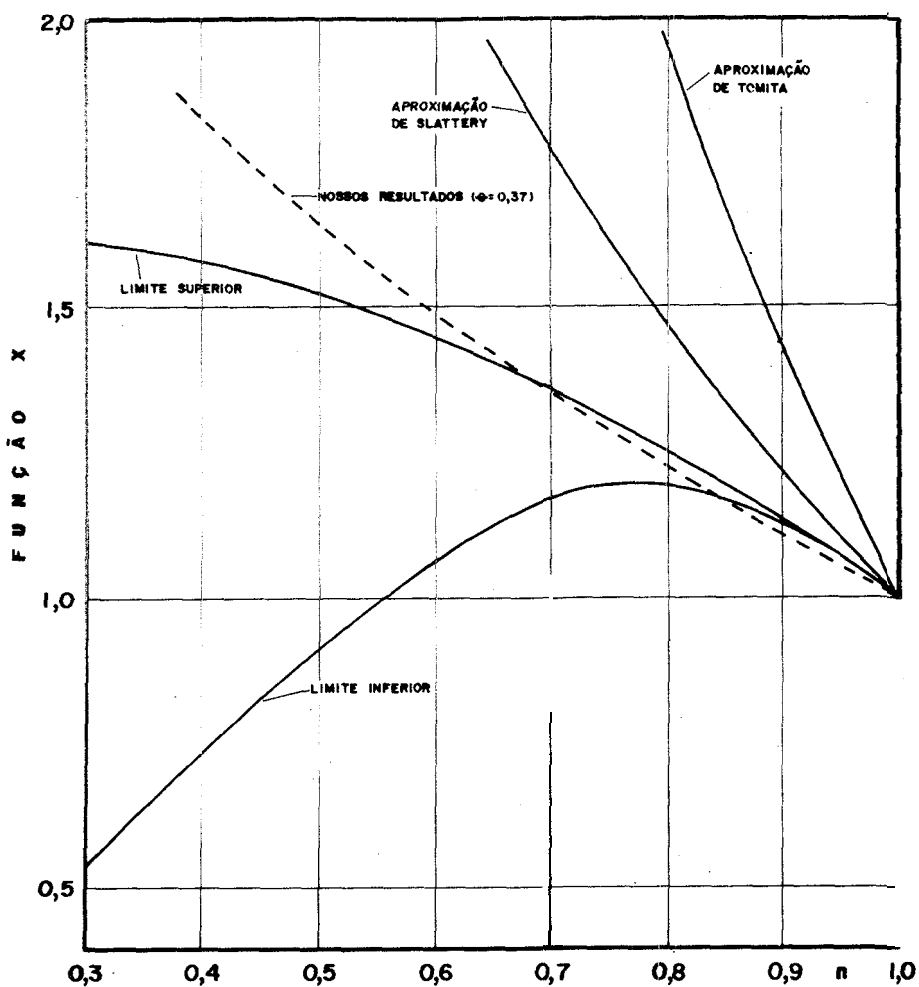


FIG. 3 - FUNÇÃO X PARA QUEDA LIVRE DE ESFERA EM FLUIDO OSTWALD-DE WAELE  $\phi = 0,37$ .

Na figura 3 comparamos nossos resultados para partículas esféricas com as previsões de Wasserman e Slattery<sup>8</sup> válidas para este tipo de partícula e fluido de Ostwald-De Waele. A função  $X$  do gráfico e  $\theta$  estão interrelacionadas por

$$X = \theta^{n-1} . \quad (13)$$

A figura mostra que nossos resultados estão contidos nos limites superior e inferior previstos<sup>8</sup> somente na faixa  $0,7 < n \leq 1$ . Se estes limites estão calculados corretamente, a figura 3 mostra também que nossos resultados são mais coerentes que os dados experimentais de Slattey e Bird<sup>10</sup> e as estimativas de Tomita e Slattey<sup>8</sup>.

### 3. CONCLUSÕES

O termo de interação  $\underline{\lambda}$  é estudado através da análise dimensional e de um ciclo de experiências conduzidas com partículas esféricas e não-esféricas da família dos discos, numa faixa de esfericidade entre 0,5 e 1. Os resultados se restringem ao movimento lento de partículas isoladas em meio fluido não-newtoniano infinito:

$$\underline{\lambda} = \frac{18\tau(\lambda^*)}{d_p \|\underline{u}-\underline{v}\|} \cdot \frac{\phi(\alpha)}{\theta(\alpha)} (\underline{u}-\underline{v}) \quad (7)$$

$$\lambda^* = \frac{\|\underline{u}-\underline{v}\|}{d_p} \theta(\alpha) , \quad (16)$$

onde, para discos movimentando-se com suas faces planas paralelas ao deslocamento,

$$\phi(\alpha) = 2,74 - 1,74 \alpha \quad (10)$$

$$\theta(\alpha) = - 4,2\alpha^2 + 6,11\alpha - 1,50 \quad (11)$$

São válidos para  $Re < 0,5$  (Ref.3, p.76), definido, em coerência com a forma clássica para fluidos newtonianos, como

$$Re = \frac{\rho \|\underline{u}-\underline{v}\|^2 \theta}{\tau(\lambda^*)} .$$

Ainda compatível com os resultados clássicos válidos para os fluidos newtonianos (Ref.3, p.76), propomos para o movimento de partículas em fluidos não-newtonianos, numa faixa mais larga de número de Reynolds,

$$\lambda = \frac{\tau(\lambda^*)}{d_p \| \underline{u} - \underline{v} \| \theta} \psi_3 [\text{Re}, \alpha] (\underline{u} - \underline{v}) . \quad (14)$$

Voltando ao movimento lento de partículas, os resultados obtidos conduzem a um procedimento extremamente simples para a determinação da tensão cisalhante em fluidos não-newtonianos<sup>11,12,13</sup>. Deste modo, através de medidas de velocidade terminal de esferas, temos diretamente a taxa de distensão

$$\lambda^* = 0,37 \frac{v_t}{d_p} \quad (15)$$

e a tensão cisalhante correspondente

$$\tau(\lambda^*) = \frac{0,37(\rho_s - \rho)g d_p}{18} \quad (16)$$

## REFERÊNCIAS

1. Coulson, J.M. e Richardson, J.F., *Chemical Engineering*, vol.2 (Unit Operations), Pergamon Press, Oxford, 2a. Edição, (1968).
2. Berker, R., "Intégration des Équations du Mouvement d' un Fluide Visqueux Incompressible", in *Handbuch der Physik* (S. Flugge-Ed.) vol. VIII/2, Springer-Verlag, Berlin, (1963).
3. Brown, G.G., e Associados, *Unit Operations*, John Wiley & Sons, Inc., N. York, (1950).
4. Wadell, H., "The Coefficient of Resistance as a Function of Reynolds Number for Solids of Various Shapes", *Jour. Franklin Inst.*, 217, 459, (1934).
5. Pettyjohn, E.S. e Christiansen, E.B., "Effect of Particle Shape on Free-settling Rates of Isometric Particles", *Chem. Engr. Progress*, 44, 2, 157, (1948).
6. Caswell, B. and Schwarz, WH, "The Creeping Motion of a Non - Newtonian Fluid Past as Sphere", *J. Fluid. Mech.*, 13, 417 (1962).
7. Slattery, J.C., "Approximations to the Drag Force on a Sphere Mo-

- ving Slowly Through Either an Ostwald-De Waele or Sisko Fluid", A. I. Ch. E. Journal, 8, 5, 663, (1963).
8. Wasserman, M.L. e Slattery, J.C., "Upper and Lower Bounds on the Drag Coefficient of a Sphere in a Power-Model Fluid", A.I.Ch.E. Journal, 10, 3, 383, (1964).
9. Turian, R.M., "An Experimental Investigation of the Flow of Aqueous Non-Newtonian High Polymer Solutions Past a Sphere", A.I.Ch.E. Journal, 13, 5, 999, (1967).
10. Slattery, J.C. e Bird, R.B., "Non-Newtonian Flow Past a Sphere", Chem. Engr. Science, 16, 231, (1961).
11. Van Wazer, J.R., Lyons, J.W., Kim, K.Y. E Colwell, R.E., "*Viscosity and Flow Measurement - A Laboratory Hand-Book of Rheology*", Interscience Publishers, N. York, (1966).
12. Caswell, B., *The Effect of Finite Boundaries on the Motion of particles in Non-Newtonian Fluids*, Chem. Engr. Science, 25, 1167, (1970).
13. Sutterby, J.L., "Falling Sphere Viscometry - I: Wall and Inertial Corrections to Stokes' Law in Long Tubes", Trans. Soc. Rheology, 17, 4, 559 (1973); "II: End Effects in Short Tubes", Trans. Soc. Rheology, 17, 4, 575, (1973).