

Análise da Moderação de Neutrons Considerando o Espalhamento Linearmente Anisotrópico no C.M.

A. SENRA MARTINEZ

Programa de Engenharia Nuclear, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro

e

L. PINGUELLI ROSA

Instituto de Física da UFRJ, Rio de Janeiro

Recebido em 12 de Setembro de 1977

The effect of the anisotropy of the differential scattering cross-section, in the center of mass, of neutrons by nuclei, in neutron moderation, is studied. The transport equation is solved using the B1 approximation and the methods of Selengut-Goertzel and Greuling-Goertzel. To determine the mean value of the scattering angle cosine, treated anisotropically, we have made use of the scattering differential cross-section of the rigid sphere model. The neutron spectrum was computed in the cases of isotropic and anisotropic scattering, the results being then confronted in order to estimate the error of the isotropic approximation. We have also computed, in both cases, the mean lethargy increment by neutron collision with O16 nuclei.

É estudado o efeito da anisotropia da seção de choque diferencial de espalhamento, no centro de massa, de neutrons por núcleos, na moderação de neutrons. A equação de transporte é resolvida utilizando a aproximação *B1* e os métodos de Selengut-Goertzel e Greuling-Goertzel. Para determinar o valor médio do coseno do ângulo de espalhamento, quando este é tratado anisotropicamente, foi utilizada a seção de choque diferencial de espalhamento obtida do modelo da esfera rígida. O espectro de neutrons foi calculado para os casos de espalhamento isotrópico e anisotrópico e os resultados foram comparados com o objetivo de avaliar o erro cometido na aproximação isotrópica. Também foi calculado,

em ambos os casos, o acréscimo médio de letargia por colisão de neutrons com núcleos de O16.

1. INTRODUÇÃO

O efeito da anisotropia do espalhamento elástico de neutrons por núcleos moderadores, no sistema de centro de massa, tem sido, há muito tempo, objeto de investigação na Física de Reatores. Um dos primeiros e mais relevantes trabalhos sobre o assunto foi o de Zweifel e Hurwitz¹. Apesar de não ser novo, este assunto não ficou esgotado², uma vez que há problemas para aplicações práticas dos formalismos existentes e há muitos trabalhos que estudam a moderação de neutrons considerando o espalhamento isotrópico.

Este trabalho teve origem na análise do código LEOPARD³, o qual calcula o espectro de neutrons e outros parâmetros físicos de reatores nucleares a água leve e tem sido bastante usado na análise do comportamento dos reatores em instalações no país. Nessa análise foi verificado que seus cálculos, na faixa rápida de energia, são baseados na hipótese de o espalhamento de neutrons por núcleos ser isotrópico no sistema centro de massa, embora incluam uma correção empírica devido à anisotropia. É apresentado aqui um tratamento teórico mais rigoroso e geral em substituição a essa correção, o qual pode ser facilmente, introduzido no código de cálculo. O espectro de neutrons e o acréscimo médio de letargia por colisão de neutrons com núcleos de O¹⁶ foram os resultados escolhidos para comparar o tratamento apresentado neste trabalho e o fornecido no código LEOPARD.

2. ESPECTRO DE NEUTRONS

A equação de Transporte de neutrons, no estado estacionário, em um meio homogêneo, pode ser expressa da seguinte forma⁴:

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \bar{\phi}(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(u) \bar{\phi}(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \frac{\chi(u)}{4} \int_0^{\infty} du'(u') \Sigma_f(u') \bar{\phi}(\vec{r}, u, \vec{\Omega})$$

$$+ \int_{u-\epsilon}^u du' \int d\vec{\Omega}' \Sigma_S(u' \rightarrow u, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \bar{\phi}(\vec{r}, u', \vec{\Omega}') \quad (1)$$

A função $\bar{\phi}(\vec{r}, u, \vec{\Omega})$ representa o fluxo angular de neutrons, em uma posição \vec{r} , com uma letargia u e com a velocidade dos neutrons orientada para uma direção $\vec{\Omega}$. As seções de choque macroscópicas de fissão, de transferência e total (absorção e espalhamento) são representadas respectivamente por $C_F(u)$, $\Sigma_S(u' \rightarrow u, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$ e $\Sigma_T(u)$. O primeiro termo à direita da igualdade na equação (1), corresponde ao termo de fonte escrito em uma forma explícita, onde $\nu(u)$ é o número médio de neutrons por fissão e $\chi(u)$ o espectro de fissão em função da letargia. Esta equação pode ser resolvida numericamente desde que sejam feitas algumas aproximações, por exemplo a aproximação B_N^5 . A dependência espacial do fluxo angular $\bar{\phi}(\vec{r}, u, \vec{\Omega})$ pode ser expressa em termos do *buckling* geométrico, isto é:

$$\phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}) = \phi_\Omega(u, \vec{\Omega}) e^{-iBz} \quad (2)$$

A seção de choque de transferência da equação (1) pode ser aproximada no sistema laboratório por:

$$\Sigma_S(u' \rightarrow u, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \Sigma_{S0}(u' \rightarrow u) + \frac{3}{4\pi} \mu_0 \Sigma_{S1}(u' \rightarrow u) \quad (3)$$

onde $\mu_0 = \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$ é o cosseno do ângulo entre os vetores $\vec{\Omega}$ e $\vec{\Omega}'$ referidos ao sistema laboratório. Expandindo $\phi_\Omega(u, \vec{\Omega})$ em série dos polinômios de Legendre e substituindo na equação (1) juntamente com as equações (2) e (3) são obtidos os coeficientes da expansão;

$$\begin{aligned} \phi_m(u) = & \left\{ \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu \frac{P_m(\mu)}{\Sigma_T(u) - iB\mu} \right\} \left\{ \chi(u) \int_0^\infty du' \nu(u') \phi_0(u') + \right. \\ & \left. + \int_{u-\epsilon}^u du' \Sigma_{S0}(u' \rightarrow u) \phi_0(u') \right\} + \\ & + \left\{ \frac{3}{2} \int_{-1}^1 d\mu \frac{\mu P_m(\mu)}{\Sigma_T(u) - iB\mu} \right\} \left\{ \int_{u-\epsilon}^u du' \Sigma_{S1}(u' \rightarrow u) \phi_1(u') \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

Fazendo $m=0$ e $m=1$ estes coeficientes são interpretados fisicamente como sendo respectivamente o fluxo e o módulo da corrente de neutrons, e as equações resultantes serão as da aproximação B_1 ⁶,

$$\Sigma_t(u) \phi_0(u) - iB \phi_1(u) = \chi(u) \int_0^\infty du' v(u') \Sigma_f(u') \phi_0(u') + \int_{u-\epsilon}^u du' \Sigma_{s0}(u' \rightarrow u) \phi_0(u') \quad (5)$$

$$- \frac{1}{3} iB \phi_0(u) + \gamma(u) \Sigma_t(u) \phi_1(u) = \int_{u-\epsilon}^u du' \Sigma_{s1}(u' \rightarrow u) \phi_1(u') \quad (6)$$

No código LEOPARD estas equações são simplificadas usando a suposição do espalhamento ser **isotrópico** no centro de massa e utilizando os métodos de Greuling-Goertzel⁴ e Selengut-Goertzel⁵ respectivamente para a moderação de neutrons por núcleos mais pesados do que o Hidrogênio e por núcleos de Hidrogênio. A diferença **básica** entre os dois métodos é devida ao fato de um neutrom poder perder toda a sua energia em uma única **interação** com um núcleo de Hidrogênio, enquanto com os demais moderadores ele perde apenas uma parcela de sua energia.

Na equação (5) é imposta a condição de normalização do fluxo de neutrons, igualando a integral do termo de **fissão** à unidade. Com isso é retirada a necessidade do conhecimento do fluxo de neutrons na região de **termalização**.

3. ESPALHAMENTO ISOTRÓPICO NO CENTRO DE MASSA

A **última** integral da equação (5) expressa o número de neutrons que se moderam de uma letargia u' para a letargia final u , devido a **interações** com os diversos núcleos moderadores. Sendo o Hidrogênio um forte moderador, é conveniente escrever a referida integral, separando a contribuição do Hidrogênio, isto é:

$$\int_{u-\epsilon}^u du' \Sigma_{s0}(u' \rightarrow u) \phi_0(u') = \int_{u-\epsilon_H}^u du' \Sigma_{s0}^H(u' \rightarrow u) \phi_0(u') +$$

$$+ S \int_{u-\epsilon_i}^u du' \Sigma_{S0}^i(u'+u) \phi_0(u')$$

onde ϵ_H e $\epsilon_{\bar{H}}$ são respectivamente os ganho máximo de letargia do neutron em uma colisão com núcleos de Hidrogênio e núcleos mais pesados do que o Hidrogênio. O primeiro termo da equação acima, associado à densidade de moderação de neutrons por núcleos de Hidrogênio, quando o espalhamento é isotrópico no C.M., pode ser escrito na forma^{6,7}

$$\eta_H(u) = \int_0^u du' \Sigma_S^H(u') \phi_0(u') e^{u'-u} \quad (7)$$

O segundo termo, associado à densidade de moderação por núcleos mais pesados do que o do Hidrogênio pode ser representado por

$$\eta_{\bar{H}}(u) = \int_{u-\epsilon_{\bar{H}}}^u du' \Sigma_S^{\bar{H}}(u') \phi_0(u') \frac{e^{u'-u}}{1-\alpha_{\bar{H}}} \quad (8)$$

onde Σ_S^H e $\Sigma_S^{\bar{H}}$ são respectivamente as seções de choque macroscópicas de espalhamento elástico do Hidrogênio e dos elementos moderadores "̄", mais pesados do que o Hidrogênio. O parâmetro $\alpha_{\bar{H}}$ é dado pela relação,

$$\alpha_{\bar{H}} = \left[\frac{A_{\bar{H}} - 1}{A_{\bar{H}} + 1} \right]^2$$

onde $A_{\bar{H}}$ é o número de massa do elemento moderador "̄".

Aplicando o tratamento de Greuling-Goertzel ao termo $\eta(u)$ e em seguida somando a contribuição de todos os elementos moderadores "̄" resulta,

$$\eta(u) = S \Sigma_S^i(u) \phi_0(u) - \frac{dq(u)}{du} \quad (9)$$

onde

$$q(u) = (1-\lambda) \frac{d}{du} \left(S \int_{u-\epsilon_i}^u \xi_i \Sigma_S^i(u') \phi_0(u') \right) \quad (10)$$

sendo

$$\lambda = \frac{\sum_i \lambda_i \epsilon_i \Sigma_s^i(u)}{\sum_i \epsilon_i \Sigma_s^i(u)}$$

$$\epsilon_i = \frac{1}{1 - \alpha_i} (1 - \alpha_i - \alpha_i \epsilon_i) \quad (11)$$

O parâmetro λ_i é um número associado a cada elemento moderador "i", sendo dado pela relação⁶:

$$\lambda_i = \frac{1 - \alpha_i - \alpha_i \epsilon_i - \frac{1}{2} \alpha_i \epsilon_i^2}{1 - \alpha_i - \alpha_i \epsilon_i}$$

De posse das equações auxiliares (7) e (9) o código LEOPARD resolve numericamente o sistema de equações acopladas da aproximação B_1 , das quais são determinados o fluxo e a corrente de neutrons. A correção feita no referido código, para levar em conta o efeito da anisotropia da seção de choque de espalhamento no C.M., resume-se em modificar o parâmetro λ_i . Este parâmetro acima definido independe da energia do neutron, apenas dependendo do número de massa do elemento moderador. Entretanto, o parâmetro λ_i , fornecido na biblioteca de dados do código LEOPARD^{3,10}, sofre uma variação com a energia para levar em conta a anisotropia. Esta correção empírica não tem um caráter geral, visto que ela é feita em alguns intervalos de energia e para alguns elementos considerados moderadores na composição do reator FWR. Embora se introduza assim uma correção devido à anisotropia, as equações (9) e (10), como será visto adiante, são válidas apenas no caso isotrópico.

4. ESPALHAMENTO LINEARMENTE ANISOTRÓPICO

Em substituição a essa correção será considerado o espalhamento linearmente anisotrópico no sistema centro de massa.

A probabilidade de um neutron, com uma letargia inicial u' , ter após

uma colisão com um núcleo de número de massa A_i , sua letargia compreendida entre u e $u + du$, quando o espalhamento é linearmente anisotrópico no centro de massa, é dada por⁵.

$$p^i(u' \rightarrow u) du = \frac{1}{1-\alpha_i} \left\{ 1 - \frac{3\bar{\mu}_i(u')}{1-\alpha_i} \left[1 + \alpha_i - 2e^{u'-u} \right] \right\} e^{u'-u} du \quad (12)$$

onde $\bar{\mu}_i(u')$ é o valor médio do **coseno** do ângulo de espalhamento (μ) no sistema centro de massa.

O termo $\eta_i(u)$ para o espalhamento anisotrópico assume a seguinte expressão:

$$\eta_i(u) = \int_{u-E_i}^u du' \Sigma_s^i(u') \phi_0(u') \frac{1}{1-\alpha_i} \left\{ 1 - \frac{3\bar{\mu}_i(u')}{1-\alpha_i} \left[1 + \alpha_i - 2e^{u'-u} \right] \right\} e^{u'-u} \quad (13)$$

Seguindo o tratamento dado por Greuling-Goertzel^{5,8} no caso do espalhamento isotrópico, quando for feita a soma sobre todos os elementos moderadores "i" retai-se na equação (9), bastando que seja redefinido o valor de $q(u)$ para

$$q(u) = S_i \left[\left\{ \xi_i - \bar{\mu}_i(u) I_{i1} \right\} \Sigma_s^i(u) \phi_0(u) - \alpha_i \frac{d(\Sigma_s^i(u) \phi_0(u))}{du} - I_{i2} \frac{d(\bar{\mu}_i(u) \Sigma_s^i(u) \phi_0(u))}{du} \right] \quad (14)$$

sendo

$$\lambda = \frac{S_i \left[\alpha_i - \bar{\mu}_i(u) I_{i2} \right] \Sigma_s^i(u)}{S_i \left[\xi_i - \bar{\mu}_i(u) I_{i1} \right] \Sigma_s^i(u)}$$

onde

$$I_{in} = \frac{1}{n!} \int_0^{\infty} d(u-u') \frac{3}{(1-\alpha_i)^2} \left[(1+\alpha_i) e^{-(u-u')} - 2e^{-2(u-u')} \right] (u-u')^n \quad (15)$$

e

$$\alpha_i = \frac{1}{1-\alpha_i} \left(1 - \alpha_i - \alpha_i \epsilon_i - \frac{1}{2} \alpha_i \epsilon_i^2 \right)$$

O **tratamento** introduzido fica completamente equacionado quando determinado o valor médio do **coseno** do ângulo de espalhamento no sistema centro de massa. Tal valor é definido por

$$\bar{\mu} = \frac{\int_{-1}^1 d\mu \sigma_s^c(E, \mu) \mu}{\int_{-1}^1 d\mu \sigma_s^c(E, \mu)} \quad (16)$$

onde $\sigma_s^c(E, \mu)$ é a **seção** de choque diferencial de **espalhamento** no sistema centro de massa. É conveniente para a nossa análise expressar a seção de **choque** em termos dos **polinômios** de Legendre,

$$\sigma_s^c(E, \mu) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{2\ell+1}{2} A_{\ell}^c(E) P_{\ell}(\mu) \quad (17)$$

Esta **expressão** é **truncada** no segundo termo, a fim de que a **seção** de choque de espalhamento possa ser aproximada por uma forma linear do **coseno** do ângulo de **espalhamento**, no sistema centro de massa. **Resulta** então **que**,

$$\bar{\mu} = \frac{A_1^c(E)}{A_0^c(E)} \quad (18)$$

Para determinar os coeficientes da equação (18) foi usado um modelo físico da **seção** de choque de espalhamento. O modelo escolhido foi o da esfera **rígida**^{11,12}, não **só** por ele ser esfericamente simétrico, logo, permite representar a dependência angular em função dos **polinômios** de

Legendre, mas também porque ele é aplicável a baixas energias. Tomando apenas os termos $R=0$ e $l=1$ da expressão da amplitude de espalhamento em ondas parciais deste modelo, obteremos

$$\sigma_s^G = \frac{\text{sen}^2 \delta_0}{\kappa^2} + \frac{6 \text{sen} \delta_0 \text{sen} \delta_1}{\kappa^2} (\cos \delta_0 \cos \delta_1 + \text{sen} \delta_0 \text{sen} \delta_1) \mu + \frac{9 \text{sen}^2 \delta_1}{\kappa^2} \mu^2$$

sendo δ_0 e δ_1 as defasagens e $\kappa = \sqrt{2mE}/\hbar$ o módulo do vetor de propagação¹¹ onde m é a massa reduzida do sistema **neutron** e núcleo moderador. Sendo R o raio da esfera rígida e levando em conta que para baixas energias $\kappa R \ll 1$, é obtida para a seção de choque uma aproximação linear em μ ,

$$\sigma_s^G = R^2 + 2k^2 R^4 \mu \quad (19)$$

O valor do raio R (aproximadamente igual ao raio do **núcleo** do elemento moderador) é dado por¹³:

$$R = 1.3 A^{\frac{1}{3}} \quad (20)$$

o que conduz ao seguinte valor médio do **coseno** do ângulo de espalhamento de neutrons por núcleos.

$$\bar{\mu} = 0,054 \frac{K}{K+1} A^{2/3} E \text{ [MeV]}$$

onde K é a razão entre a massa do núcleo espalhador e a massa do **neutron**.

5. RESULTADOS E COMPARAÇÃO

O formalismo apresentado na seção 3 deste trabalho é resolvido numericamente pelo código LEOPARD, na faixa rápida de energia. O código LEOPARD analisa a difusão dos neutrons em um reator PWR, sendo que o intervalo de energia está compreendido entre 0 e 10 MeV. A faixa térmica, ou região de termalização, compreende as energias entre 0 e 0.625eV, sendo o restante da escala energética denominada de faixa rápida ou re-

gião de moderação. Na faixa térmica o cálculo de multigrupo é estruturado em 172 microgrupos e na rápida em 54 microgrupos, sendo que após serem feitos todos os cálculos, os resultados são consensados em 4 macrogrupos; um térmico e três rápidos.

As equações para o espalhamento anisotrópico, apresentadas na seção 4, foram por nós incorporadas ao código LEOPARD em substituição ao tratamento por este apresentado. A esta versão que usa o modelo teórico da seção 4 denominamos de LEOPARD/1.

Para fins de comparação retiramos o tratamento aproximado da anisotropia apresentado no LEOPARD, resultando uma nova versão do código, a qual não inclui o efeito da anisotropia. A esta versão chamaremos de LEOPARD/0.

Na tabela 1 são apresentados os fluxos de neutrons obtidos pelos códigos LEOPARD/0, LEOPARD e LEOPARD/1 para alguns grupos de energia, cujos limites inferiores são também apresentados nesta tabela. A composição para este caso exemplo é fornecida na tabela 2, sendo as temperaturas do moderador e da pastilha respectivamente iguais a 306°C e 727°C, e a concentração de U^{235} no elemento combustível de 1,8%.

É notado através de uma simples comparação dos resultados apresentados na tabela 1, que o efeito da anisotropia da seção de choque de espalhamento na moderação de neutrons é maior nas energias mais elevadas da faixa rápida. Qualitativamente pode-se afirmar que o espalhamento de neutrons por núcleos moderadores é anisotrópico para neutrons com energias maiores do que 1,0 MeV.

Na figura 1 são comparados os acréscimos médios de letargia por colisão com núcleos de O^{16} , calculados nos códigos LEOPARD/0 e LEOPARD/1 com o fornecido pela biblioteca de dados do código LEOPARD. O parâmetro ξ_i calculado no código LEOPARD/0 é dado analiticamente pela equação (11), enquanto o parâmetro calculado pelo código LEOPARD/1 é obtido através da expressão $\xi_i - \bar{\mu}_i I_{i1}$, sendo I_{i1} e $\bar{\mu}_i$ analiticamente fornecidos respectivamente nas equações (15) e (21). No caso isotrópico como era de se esperar o acréscimo médio de letargia por colisão é cons-

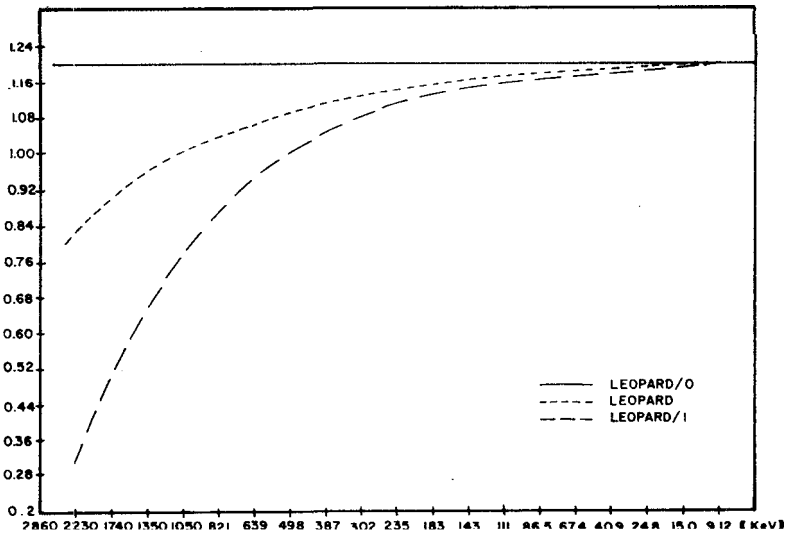
ENERGIA INFERIOR DO GRUPO (eV)	LEOPARD/0	LEOPARD	LEOPARD/1
3.68 × 10 ⁶	2.9232	3.2240	2.6668
2.85 × 10 ⁶	4.2544	4.5128	5.2004
2.23 × 10 ⁶	5.9228	5.8208	4.4580
1.74 × 10 ⁶	5.9940	5.9940	5.7584
1.35 × 10 ⁶	5.7308	5.8964	6.0476
1.05 × 10 ⁶	5.6440	5.7932	5.8516
821 × 10 ³	6.2364	6.2752	6.2372
639 × 10 ³	6.3080	6.2764	6.1888
498 × 10 ³	4.7496	4.7700	4.7500
387 × 10 ³	4.3872	4.3996	4.3868
302 × 10 ³	4.5648	4.5328	4.5076
235 × 10 ³	3.9672	3.9380	3.9180
183 × 10 ³	3.3808	3.3624	3.3564
143 × 10 ³	2.9736	2.9604	2.9572
111 × 10 ³	2.6520	2.6424	2.6396
86.5 × 10 ³	2.3832	2.3736	2.3732
67.4 × 10 ³	2.1628	2.1548	2.1540
40.9 × 10 ³	1.9422	1.9360	1.9340
24.8 × 10 ³	1.7278	1.7208	1.7218
15.0 × 10 ³	1.5562	1.5520	1.5504
9.12 × 10 ³	1.4772	1.4714	1.4722
5.53 × 10 ³	1.4538	1.4508	1.4482
3.35 × 10 ³	1.4514	1.4454	1.4462
2.03 × 10 ³	1.4364	1.4326	1.4312

Tabela 1 - Fluxo de Neutrons.

tante em relação à energia do neutron. Para o caso do espalhamento li-
nearmente **anisotrópico**, é verificado que tal parâmetro decresce, com o
crescimento da energia, em relação ao fornecido pelo caso isotrópico. A
variação apresentada pelo parâmetro calculado pelo LEOPARD/1 é maior do
que a do fornecido pelo LEOPARD. A redução **sensível** do **acrêscimo** médio

REGIÕES ELEMENTOS	PASTILHA	REVESTIMENTO	MODERADOR	EXTRA
UO ₂	1,0	-	-	-
Zr	-	0,8745	-	0.09569
H ₂ O	-	-	0.98898	0.84028
Ni	-	-	0.0074	0.0043

Tabela 2 - Composição do Reator.



de letargia por colisão, quando é suposta a anisotropia no sistema centro de massa, implica em dizer que o processo de moderação é afetado pela anisotropia do espalhamento. Fisicamente isso se deve ao fato de que os núcleos moderadores ficam menos eficazes na redução da energia dos neutrons. A redução do acréscimo médio de letargia reflete a predominância do espalhamento para direções que estejam pouco afastadas da direção de incidência do neutron.

Conclui-se que a anisotropia do espalhamento deve ser levada em consideração, no estudo da moderação de neutrons, na medida em que se deseje representar adequadamente o fenômeno físico. Embora o objetivo principal dos códigos de simulação, por exemplo o LEOPARD, seja alcançado quando correções empíricas são realizadas, é útil usar modelos físicos mais realistas a fim de que o sucesso dos métodos não dependam do cancelamento eventual dos erros.

REFERÊNCIAS

1. P.F. Zweifel and H. Hurwitz Jr., *Journal of Applied Physics* 25, 1241 (1954).
2. B. Rocca - Volmerange, *Nuclear Science and Engineering* 48,10 (1972). W.M. Stacey, Jr., *Nuclear Science and Engineering* 44, 194 (1971). S. Itoh and H. Yamamoto, *Nuclear Science and Engineering* 58, 436 (1975).
3. R.F. Barry, *LEOPARD - A Spectrum Dependent Non-Spatial Depletion Code for the IBM-7094*, WCAP-3269-26 (1963).
4. M.M.R. Williams, *The Slowing Down and Thermalization of Neutrons*, N. York, John Wiley & Sons, Inc. (1966).
5. AM. Weinberg and E.P. Wigner, *The Physical Theory of Neutron Chain Reactors*, The University of Chicago Press, (1972).
6. J.J. Duderstadt and L.J. Hamilton, *Nuclear Reactor Analysis* New York, John Wiley E Sons, Inc. (1976).
7. H. Bohl Jr. and E.M. Gerald and G.H. Ryan, *MUFT-IV - Fast Neutron Spectrum Code for the IBM-704*, WAPD-TM-72 (1957).
8. E. Greuling and G. Goertzel, *Nuclear Science and Engineering*, 7, 69 (1960).
9. S. Glasstone and M.C. Edlund, *The Elements of Nuclear Reactor Theory*, New York, D. Van Nostrand Co. (1963).
10. D.J. McGoff, *FORM - A Fourier Transform Fast Spectrum Code for the IBM-709*, NAA-SR-Memo 5766 (1960).
11. L.I. Schiff, *Quantum Mechanics*, McGraw-Hill Book Company (1968).
12. J.L. Powell and B. Crasemann, *Quantum Mechanics*, Addison Wesley Publishing Company, Inc. (1965).

13. J.M. Blatt and V.F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, New York, John Wiley & Sons (1952).
14. H. Amster and R. Suarez, *The Calculation of Thermal Constants Averaged over a Wigner - Wilkins Flux Spectrum: Description of the SOFUCATE Code*, WAPD-TM-39 (1957).
15. D.C. Leslie - *The equations solved by the MUFT-IV programme AEEW-MI 39*, (1961).